

УДК 535.31; 681.7; 53.082.5

## ВПЛИВ ГЕОМЕТРІЇ ОПТИЧНОЇ СХЕМИ ЛІЧИЛЬНИКА НА ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ РОЗМІРІВ ЧАСТИНОК

В. Гетьман, О. Білий, О. Бордун, Я. Ференсович

*Львівський національний університет імені Івана Франка  
79000, Львів, вул. Університетська, 1, Україна  
[wasylh@gmail.com](mailto:wasylh@gmail.com)*

Розглянуто вплив частинок неоднорідності освітлення зони реєстрації на точність вимірювання розмірів частинок оптичним лічильником. З'ясовано, що за умови руху частинок перпендикулярно до напрямку поширення лазерного променя неможливо провести корекцію результатів вимірювання за формою зареєстрованого сигналу. Продемонстровано можливість зменшення похибки визначення розмірів частинок за умови руху частинок паралельно до напрямку поширення лазерного променя. Сформульовано алгоритм корекції результатів вимірювання за формою сигналу. Наведено результат застосування розробленого методу в ході вимірювання розмірів частинок у суспензії монодисперсних латексів.

*Ключові слова:* лазерний аналізатор частинок, гаусовий пучок випромінювання, розсіювання світла, нерівномірність освітлення.

Сучасні стандарти ISO 9001 передбачають контроль вмісту механічних забруднень у повітрі чистих приміщень та рідинних технологічних середовищах, які застосовують у електронній, фармацевтичній промисловості. Для визначення концентрації та розмірів частинок використовують оптичні лічильники, у яких розмір частинок визначають за інтенсивністю світла, розсіяного частинками, які в потоці середовища перетинають освітлену зону [1]. Особливістю розсіяння світла мікро- і наночастинками є різке зменшення інтенсивності розсіяного світла зі зменшенням розміру частинки. Для контролю малих частинок зону реєстрації вибирають у зоні максимальної інтенсивності світла: у перетяжці сфокусованого лазерного променя. Для лазерного променя характерна нерівномірність освітлення – гаусовий профіль інтенсивності. Частинки, що перетинають освітлену зону в областях з різною інтенсивністю освітлення, спричиняють різну інтенсивність розсіяння світла. Це призводить до похибки у визначенні розмірів частинок.

Ми дослідили вплив нерівномірності освітлення на параметри та форму зареєстрованого сигналу інтенсивності розсіяного частинкою світла, проаналізували методи опрацювання результатів вимірювання для зменшення похибки, зумовленої нерівномірністю освітлення зони реєстрації, вибрали оптимальну оптичну схему, лазерний аналізатор розмірів частинок

Інтенсивність розсіяного частинкою світла є пропорційною до інтенсивності освітлення в точці, у якій вона розміщена [2]. Тому для дослідження сигналу розсіяного світла достатньо розглянути просторовий розподіл інтенсивності в зоні реєстрації. Уважатимемо, що зона реєстрації розміщена в області мінімального діаметра сфокусованого

променя одномодового лазера – перетяжці. Уведемо декартову систему координат  $OXYZ$ , у якій початок координат  $O$  розміщений у точці максимальної інтенсивності променя, а вісь  $X$  напрямлена вздовж напрямку поширення променя. Схематично розміщення системи координат відносно променя та координати точки в цій системі зображено на рис. 1, *A*.

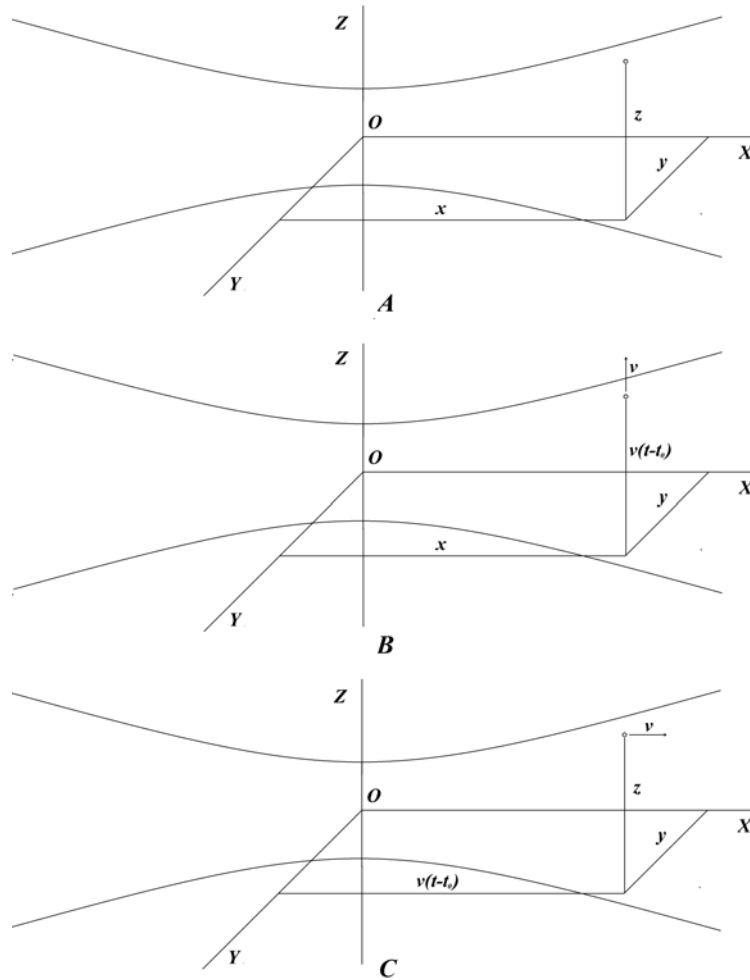


Рис.1. Схематичне зображення зони реєстрації в перетяжці лазерного променя (*A*); частинки рухаються перпендикулярно до променя (*B*); частинки рухаються вздовж променя (*C*).

Залежність інтенсивності від відстані до центра гаусового пучка випромінювання в напрямі, перпендикулярному до напрямку поширення, описують виразом [3]

$$I(r) = I \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega^2}\right), \quad (1)$$

де  $I$  – інтенсивність у центрі променя;  $r$  – відстань від центра променя;  $\omega$  – радіус променя.

Радіус променя не є сталим і залежить від відстані до перетяжки вздовж напрямку поширення променя за законом

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \gamma x^2}, \quad (2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт пропорційності;  $\omega_0$  – радіус променя в перетяжці.

Зміна радіуса променя приводить до зменшення інтенсивності в центрі променя зі збільшенням відстані від перетяжки. Характер цієї залежності визначають з умови, що в разі поширення променя в середовищі з малим коефіцієнтом поглинання його потужність є сталою. Потужність променя визначають з інтенсивності (1), інтегруючи за площею в площині, перпендикулярній до напрямку поширення променя:

$$P = \int_0^{\infty} I(r) 2\pi r dr = 2\pi \int_0^{\infty} I \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega^2}\right) r dr = 2\pi I \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega^2}\right) r dr = \frac{\pi \omega^2}{2} I. \quad (3)$$

З (1)–(3), враховуючи, що  $r^2 = y^2 + z^2$  отримують залежність інтенсивності від координат точки в зоні реєстрації:

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi \omega_0^2 (1 + \gamma x^2)} \exp\left(-\frac{2(y^2 + z^2)}{\omega_0^2 (1 + \gamma x^2)}\right). \quad (4)$$

У разі перетину частинкою зони реєстрації інтенсивність розсіяного світла буде пропорційною до інтенсивності випромінювання в точці, у якій вона перебуває. У лічильниках частинок потік середовища, яке досліджують, проходить через освітлену зону. Уважатимемо, що завислі в середовищі частинки перетинають зону реєстрації зі сталою швидкістю вздовж прямої лінії. За законом зміни координат частинки з (4) отримують закон зміни інтенсивності розсіяного світла, і, відповідно, форму сигналу, що відповідає частинці. Розглянемо випадок руху потоку середовища у напрямі, перпендикулярному до напрямку поширення променя, який схематично зображений на рис. 1, В.

Без обмеження загальності вважатимемо, що частинки рухаються паралельно до осі  $Z$ . У такому випадку координати  $x$  та  $y$  частинки залишаються незмінними, а залежність координати  $z$  від часу описують виразом

$$z = v(t - t_0), \quad (5)$$

де  $t_0$  – момент, що відповідає перетину частинкою площини  $XOY$ . Розсіяне частинкою світло реєструють фотоприймачем, який перетворює його в електричний сигнал. Розглянемо випадок, коли напруга на виході фотоприймача є пропорційною до інтенсивності розсіяного світла:

$$U = K\beta I(x, y, z), \quad (6)$$

де  $K$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від параметрів фотоприймального тракту;  $\beta$  – параметр, що залежить від розміру частинки.

Задача визначення розмірів частинки зводиться до визначення коефіцієнта  $\beta$  за вимірним сигналом  $U$ .

З (4)–(6) отримуємо

$$U(t) = \frac{2K\beta P}{\pi\omega_0^2(1+\gamma x^2)} \exp\left(-\frac{2y^2}{\omega_0^2(1+\gamma x^2)}\right) \exp\left(-\frac{2v^2(t-t_0)^2}{\omega_0^2(1+\gamma x^2)}\right) = A \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}\right). \quad (7)$$

За вимірним сигналом визначають значення амплітуди імпульсу  $A$  та періоду  $T$ . Амплітуду визначають як максимальне значення напруги сигналу, період – як півширину сигналу за рівнем  $\frac{A}{e} \approx 0,368A$ . З (7) записують залежність вимірних параметрів від величин, що характеризують геометрію оптичної схеми та властивості частинки:

$$A = \frac{2K\beta P}{\pi\omega_0^2(1+\gamma x^2)} \exp\left(-\frac{2y^2}{\omega_0^2(1+\gamma x^2)}\right). \quad (8)$$

$$T^2 = \frac{\omega_0^2(1+\gamma x^2)}{2v^2}. \quad (9)$$

З (8) та (9) визначають  $\beta$ :

$$\beta = \frac{\pi v^2 T^2 A}{KP} \exp\left(\frac{y^2}{v^2 T^2}\right). \quad (10)$$

З (10) випливає, що за вимірними параметрами сигналу неможливо однозначно визначити  $\beta$ , оскільки воно залежить від координати  $y$ , яка априорі невідома.

Розглянемо оптичну схему, у якій потік частинок рухається паралельно до напрямку поширення променя, тобто вздовж осі  $OX$ , що схематично зображено на рис. 1, С. У цьому випадку координати  $z$  та  $y$  частинки залишаються незмінними, а залежність координати  $x$  від часу описують виразом

$$x = v(t - t_0), \quad (11)$$

де  $t_0$  – момент перетину частинкою площини  $ZOY$ .

З (4), (6) і (11) отримують

$$U(t) = \frac{2K\beta P}{\pi\omega_0^2(1+\gamma v^2(t-t_0)^2)} \exp\left(-\frac{2(y^2+z^2)}{\omega_0^2(1+\gamma v^2(t-t_0)^2)}\right). \quad (12)$$

Для аналізу форми сигналу (12) знайдемо похідну від  $U(t)$  за  $t$ :

$$\frac{\partial U(t)}{\partial t} = C \left( \frac{2(y^2+z^2)}{\omega_0^2} - 1 - \gamma v^2(t-t_0)^2 \right) (t-t_0), \quad (13)$$

де  $C = \frac{4K\beta P\gamma v^2}{\pi\omega_0^2(1+\gamma v^2(t-t_0)^2)^3} \exp\left(-\frac{2(y^2+z^2)}{\omega_0^2(1+\gamma v^2(t-t_0)^2)}\right)$ ,  $C > 0$ .

Аналіз виразу (13) засвідчує, що є два випадки. Якщо виконується умова  $2(y^2 + z^2) > \omega_0^2$ , то похідна перетворюється в нуль у три моменти:

$$t = t_0, \quad t1 = t_0 - \sqrt{\frac{2(y^2 + z^2) - \omega_0^2}{\gamma v^2 \omega_0^2}}, \quad t2 = t_0 + \sqrt{\frac{2(y^2 + z^2) - \omega_0^2}{\gamma v^2 \omega_0^2}}. \quad (14)$$

У цьому випадку функція має мінімум у момент  $t = t_0$ , та два максимуми в моменти, розміщені симетрично відносно точки мінімуму. Типовий вигляд такого сигналу зображено на рис. 2.

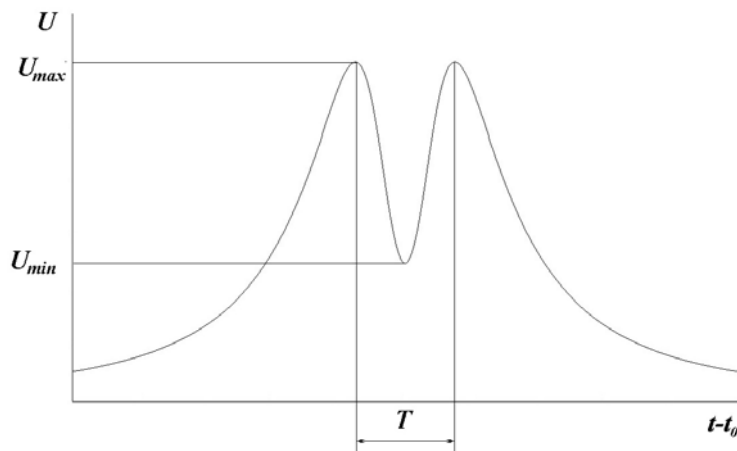


Рис. 2. Форма сигналу за умови  $2(y^2 + z^2) > \omega_0^2$ .

За виміряним сигналом експериментально визначають значення в точках мінімуму  $U_{\min}$  і максимумів  $U_{\max}$ , часовий проміжок між максимумами  $T$ . Значення цих же величин з (12) та (14) обчислюють як

$$U_{\min} = U(0) = \frac{2K\beta P}{\pi\omega_0^2} \exp\left(-\frac{2(y^2 + z^2)}{\omega_0^2}\right); \quad (15)$$

$$U_{\max} = \frac{K\beta P}{\pi(y^2 + z^2)} \exp(-1); \quad (16)$$

$$T^2 = (t2 - t1)^2 = 4 \frac{2(y^2 + z^2) - \omega_0^2}{\gamma v^2 \omega_0^2}. \quad (17)$$

З (15)–(17) двома способами визначають  $\beta$ :

$$\beta1 = \frac{U_{\min} \pi \omega_0^2}{2KP} \exp\left(\frac{4 + \gamma v^2 T^2}{4}\right); \quad (18)$$

$$\beta_2 = \frac{U_{\max} \pi \omega_0^2 (4 + \gamma v^2 T^2)}{8KP} \exp(1). \quad (19)$$

Якщо виконується умова  $2(y^2 + z^2) < \omega_0^2$ , то похідна перетворюється в нуль в один момент  $t = t_0$ , і сигнал має один максимум у цій точці. Типовий вигляд сигналу зображено на рис. 3.

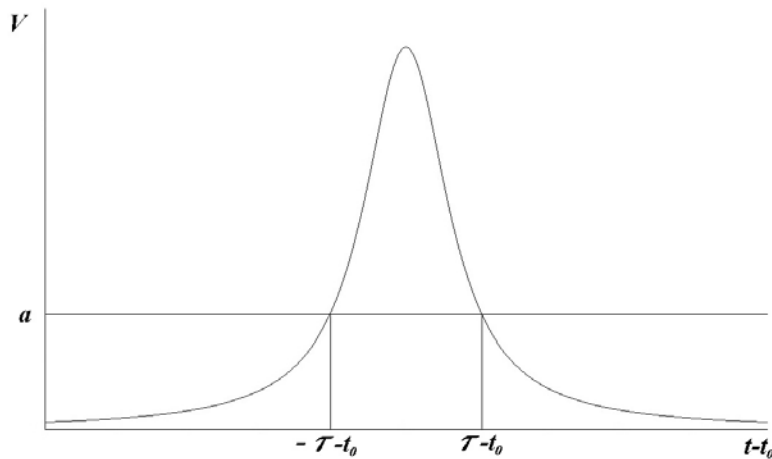


Рис. 3. Форма сигналу за умови  $2(y^2 + z^2) < \omega_0^2$ .

У цьому випадку, значення  $\beta$  знаходять так. Нормують сигнал на значення сигналу в точці максимуму:

$$V(t) = \frac{U(t)}{U(0)} = \frac{1}{(1 + \gamma v^2 (t - t_0)^2)} \exp\left(\frac{2\gamma v^2 (t - t_0)^2 (y^2 + z^2)}{\omega_0^2 (1 + \gamma v^2 (t - t_0)^2)}\right). \quad (20)$$

З отриманої залежності знаходять момент  $\tau$ , для якого значення  $V(t)$  становить  $a$ ,  $0 < a < 1$ . Обчислюють

$$f = 1 + \gamma v^2 (\tau - t_0)^2. \quad (21)$$

З (20) і (21) отримують

$$\left(\frac{2(y^2 + z^2)}{\omega_0^2}\right) = \frac{f \ln(af)}{f - 1}. \quad (22)$$

З (15) та (22) обчислюють  $\beta$ , за якою визначають розмір частинки:

$$\beta = \frac{\pi \omega_0^2 U(0)}{2KP} \exp\left(\frac{f \ln(af)}{f - 1}\right). \quad (23)$$

Застосування описаних процедур на практиці ускладнене впливом шумів, які зумовлені, молекулярним розсіянням світла, зовнішніми засвітками, квантовою природою світла. Тому форма зареєстрованого в реальних умовах сигналу відрізняється від теоретичної залежності. Зокрема, сигнал не є гладкою кривою, а має форму, типовий вигляд якої зображено на рис. 4.

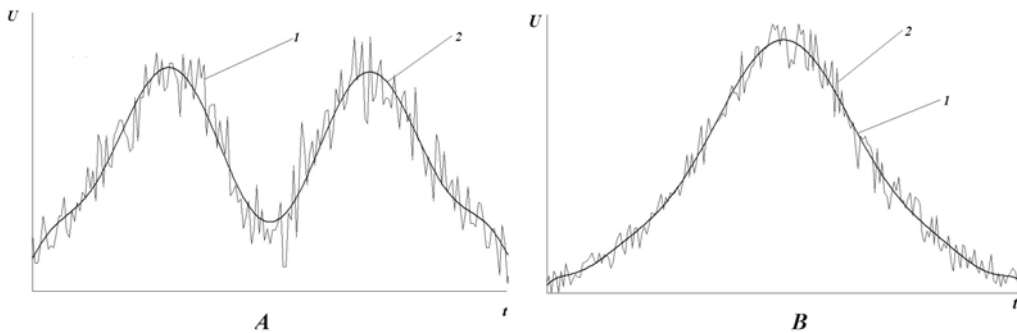


Рис. 4. Типова форма зареєстрованих сигналів (A) та інтерполяційні криві (B).

Для отримання з цього сигналу величин, необхідних для визначення розміру частинки за (18), (19) чи (23), виконують згладження отриманого сигналу. За вимірними значеннями сигналу та моментів, у які їх визначали, методом найменших квадратів будують інтерполяційний поліном, що має найменше відхилення за евклідовою нормою від точок результатів вимірювання. Залежно від того, на якій відстані від осі променя пройшла частинка, інтерполяційні криві бувають двох типів.

Перший тип зображено на рис. 4, A. У цьому випадку знаходять значення інтерполяційної кривої в точках максимумів  $U_{m1}$  та  $U_{m2}$  і значення в мінімумі  $U_{min}$ . У цьому випадку корекцію даних виконують так.

Обчислюють значення  $U_{max}$  за формулою

$$U_{max} = \frac{U_{m1} + U_{m2}}{2}.$$

За положеннями максимумів визначають  $T$ . За значеннями  $U_{min}$ ,  $U_{max}$ ,  $T$  з (18) та (19) отримують значення  $\beta_1$  і  $\beta_2$ , за якими обчислюють

$$\beta = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}.$$

Коли інтерполяційна крива має вигляд, зображений на рис. 4, B, визначають максимальне значення, на яке нормують інтерполяційну залежність. Знаходять часовий проміжок між максимумом отриманої кривої та моментом, коли вона досягає значення  $a$ . За апіорі відомими значеннями та визначеними величинами  $U(0)$  і  $\tau$  за (21) і (23) отримують скориговані значення  $\beta$ , що характеризує розмір частинки.

За результатами вимірювання будують гістограми розподілу частинок за розмірами.

На рис. 5, *A* показано розподіл частинок за розмірами, отриманий у ході вимірювання в суспензії сферичних монодисперсних латексів з розміром частинок 0,7 мкм. Розмір частинок визначали за амплітудами сигналів під час перетину частинками зон реєстрації. Залежність наочно демонструє вплив нерівномірності освітлення на результати вимірювання. Хоч суспензія містить однакові частинки, результати доводять наявність частинок у широкому діапазоні розмірів.

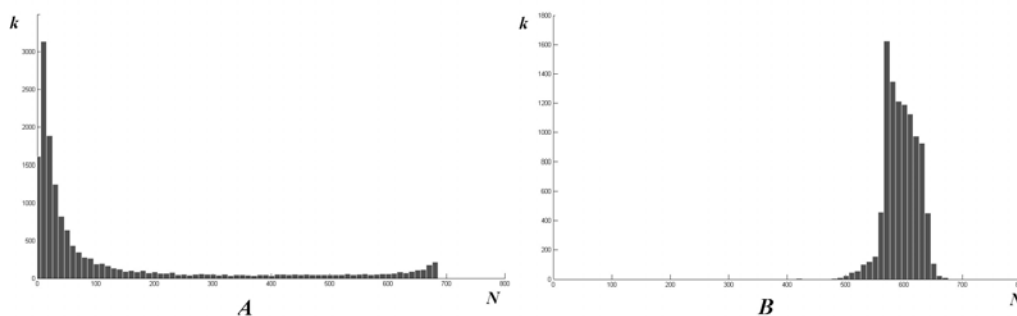


Рис. 5. Розподіл частинок у суспензії латексу: *A* – розподіл визначено за амплітудою імпульсів; *B* – розподіл визначено за описаним методом; *N* – номер розмірного каналу, *k* – кількість частинок.

На рис. 5, *B* показано розподіл частинок за розмірами, отриманий у разі застосування корекції за розробленою методикою. Отримані результати вимірювання адекватно відображають реальний розподіл за розмірами.

Отже, застосування в лазерних лічильниках частинок геометрії оптичної схеми, за якої частинки рухаються вздовж напрямку поширення променя, дає змогу у разі використання запропонованого математичного опрацювання результатів вимірювання підвищити точність визначення розмірів частинок.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Білий О. І. Метод визначення розподілу мікрочастинок за розмірами в дисперсних середовищах / О. І. Білий, В. Б. Гетьман, Я. М. Матвійчук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технол. процесах. – 2001. – № 2. – С. 23–26.
2. Борен К. Поглощение и рассеяние света малыми частицами / К. Борен, Д. Хафмен ; пер. с англ. – М. : Мир, 1986. – 664 с.
3. Laser Beam Propagation. Generation and Propagation of Customized Light / Ed. by A. Forbes. – Dancers, CRC Press Taylor & Francis Group, 2014. – 346 p.

Стаття: надійшла до редакції 25.04.2016,  
доопрацьована 29.04.2016,  
прийнята до друку 10.05.2015.



**INFLUENCE OF GEOMETRY THE OPTICAL CHART OF LASER METER  
ON EXACTNESS OF PARTICLES SIZES MEASURING**

V. Getman, O. Bilyy, O. Bordun, Y. Ferensovych

*Ivan Franko National University of Lviv,  
50 Drahomanov St., UA-79005 Lviv, Ukraine  
[wasylyh@gmail.com](mailto:wasylyh@gmail.com)*

Influence of heterogeneity of illumination the zone of registration on exactness of measuring of particles sizes by the optical meter of particles it is considered. It is shown that on condition of motion the particles athwart to direction of distribution the laser ray it is impossible to conduct the correction of measuring results on a form the registered signal. Possibility of reduction the error of determining size of particles on condition of motion of particles in parallel to direction of distribution of laser ray is showing. The algorithm the correction of results measuring on a form a signal is set formulated. The result of application of the worked out method is shown at measuring of sizes of particles in the suspension of monodisperse latex.

*Key words:* laser meter of particles, Gaussian beams, light scattering, heterogeneity of illumination.