

УДК [004.43+519.6+519.622] (075.8)

АДАПТИВНИЙ ДІАКОПТИЧНИЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ

І. Хвищун, Б. Квятковський

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Ген. Тарнавського, 107, 79017 Львів, Україна
MyBohdan@ukr.net*

Наведено алгоритм моделювання електронних схем на підставі незв'язаного методу числового інтегрування. Досліджено ефективність застосування процедури адаптивного вибору топології декомпозиції. Запропоновано вдосконалення алгоритму декомпозиції, яке дає змогу підвищити швидкодію моделювання схем. Запропоновано визначення матриці впливу, яку використано як параметр в алгоритмі вибору топології декомпозиції. Визначено тип задач, для яких декомпозиція на підставі матриці впливу приводить до підвищення ефективності роботи алгоритму.

Ключові слова: діакоптика, адаптивна декомпозиції, незв'язаний неявний метод Ейлера, δ -розщеплення.

Ефективним методом підвищення швидкодії програм моделювання електронних схем є застосування діакоптики. Суть діакоптичного підходу полягає в декомпозиції електронної схеми на частини, математичні моделі яких можна розв'язувати незалежно [2]. Значний вплив на швидкість моделювання має вибір топології декомпозиції задачі.

Головним критерієм вибору декомпозиції є отримання результатів моделювання із задовільною точністю. Тому для ефективного застосування ідей діакоптики спочатку необхідно визначити вплив параметрів моделі на похибку моделювання, спричинену декомпозицією.

Твердження про те, що для зменшення похибки потрібно зменшити рівень декомпозиції задачі, несе надто мало інформації, оскільки не зрозуміло, які саме з-поміж розірваних зв'язків потрібно відновлювати. Крім того, визначальним є спосіб попередньої оцінки похибки, спричиненої декомпозицією, який можна застосовувати ще на стадії вибору топології декомпозиції. Достатньо точна оцінка похибки забезпечить зменшення кількості відкинутих кроків інтегрування.

Декомпозицію задачі моделювання електронних схем можна виконувати як на схемному рівні, так і на рівні математичної моделі. Огляд літератури з наявних алгоритмів поділу на схемному рівні дає змогу виокремити дві головні методики – поділ за функціональною ознакою, який виконує дослідник, та автоматична декомпозиція на підставі алгоритму виділення підсхем, які пов'язані між собою якомога меншою кількістю топологічних зв'язків [1, 3]. Застосовуючи ці методики, складно отримати у загальному вигляді відповідь про способи розв'язування проблем, які описані вище. На

думку авторів, цей факт визначає перевагу використання підходу декомпозиції на рівні математичної моделі для розробки ефективних діакоптичних алгоритмів.

У [6] запропоновано алгоритм адаптивної декомпозиції системи диференціальних рівнянь

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t). \quad (1)$$

За його основу взято дві базові ідеї: δ -розщеплення (δ -partitioning) та метод попередньої оцінки похибки, спричиненої декомпозицією. Алгоритм призначений для роботи із незв'язаним неявним методом Ейлера (decoupled implicit Euler) [5, 7]:

$$\mathbf{x}_{r,n} = \mathbf{x}_{r,n-1} + h_{r,n} \mathbf{f}_r(\tilde{\mathbf{x}}_{1,n}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{r-1,n}, \mathbf{x}_{r,n}, \tilde{\mathbf{x}}_{r+1,n}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{s,n}, t_{r,n}), \quad (2)$$

де $t_{r,n} = t_0 + \sum_{j=1}^n h_{r,j}$, r – номер під задачі; s – кількість під задач; n – номер кроку числового інтегрування; $\mathbf{x}_{r,n}$ – вектор невідомих r -ї під задачі; $\tilde{\mathbf{x}}_{i,n}$ для $1 \leq i \leq s, i \neq r$ – вектори зовнішніх змінних r -ї підзадачі, тобто тих, які не входять у r -ту під задачу; $h_{r,n}$ – крок інтегрування r -ї підзадачі.

Суть процедури δ -розщеплення [6] зводиться до:

- 1) занулення тих елементів матриці Якобі системи (1), абсолютні значення яких є менші від деякого наперед заданого параметра δ ;
- 2) симетричних перестановок рядків та стовпців матриці, отриманої після занулення елементів, які спрямовані на зведення її до блоково-діагональної структури. Виконані перестановки однозначно описує матриця перестановок \mathbf{R} .

Ця процедура дає змогу виділити підсистеми, які пов'язані найслабшими зв'язками. У цьому разі, рівень зв'язаності окремих складових системи (1) оцінюють відповідними елементами матриці Якобі.

Для попередньої оцінки похибки, спричиненої декомпозицією, у [6] для класичного та незв'язаного алгоритмів запропоновано методику порівняння результатів, отриманих для лінеаризованої в точці прогнозованих значень невідомих $\tilde{\mathbf{x}}_n$ системи (1):

$$\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^{[1]} = (\mathbf{I} - h\mathbf{J}_n)^{-1} h\mathbf{B}(\mathbf{x}_n^{[1]} - \tilde{\mathbf{x}}_n). \quad (3)$$

У цьому випадку величину $(\mathbf{x}_n^{[1]} - \tilde{\mathbf{x}}_n)$ оцінено так:

$$\mathbf{x}_n^{[1]} - \tilde{\mathbf{x}}_n = (\mathbf{I} - h\mathbf{D})^{-1} (\mathbf{x}_{n-1} + h\mathbf{f}_n - \tilde{\mathbf{x}}_n). \quad (4)$$

У (3) та (4) використано такі позначення: \mathbf{I} – одинична матриця; \mathbf{J}_n – матриця Якобі системи (1); \mathbf{D} – діагональна складова матриці Якобі; \mathbf{B} – позадіагональна складова матриці Якобі; $\mathbf{f}_n = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_n, t_n)$, \mathbf{x}_n – розв'язок, отриманий класичним неявним методом Ейлера; $\mathbf{x}_n^{[m]}$ – результат m -ї ітерації незв'язаного методу; $\tilde{\mathbf{x}}_n$ – вектор прогнозованих значень невідомих. Спосіб оцінки $\tilde{\mathbf{x}}_n$ залежить від обраної моди незв'язаного методу [7].

Однак експериментальні дослідження застосовності цього алгоритму до задачі діакоптичного моделювання електронних схем засвідчили, що топологія декомпозиції, визначена цим методом, не оптимальна. Є інші топології, які дають змогу виконати моделювання з меншими часовими затратами. Зокрема, виявлено, що розриви зв'язків, які мають більші значення в матриці Якобі системи (1), не завжди призводять до збільшення похибки, і навпаки, вилучення зв'язків з меншими компонентами в матриці \mathbf{J}_n можуть спричинити значні неточності в результатах.

Причину такої невідповідності виявлено у процесі порівняльного аналізу співвідношення (3) та алгоритму δ -розщеплення. Вираз (3) можна розділити на три складові, які впливають на рівень похибки. Перша складова – це $(I - hJ_n)^{-1}h$. Вона характерна тим, що всі величини є незалежними від топології декомпозиції. Дві інші складові, а саме – матриця \mathbf{B} та вектор $\Delta x_n = x_n^{[1]} - \tilde{x}_n$, залежать від обраної декомпозиції. З іншого боку, процедура δ -розщеплення, головним завданням якої є визначення тих зв'язків системи, розрив яких спричинить похибку, меншу від значення, яке відповідає δ , використовує як параметр лише матрицю Якобі. Аналогом цього параметра у виразі (3) є матриця \mathbf{B} . Всі зв'язки, які було розірвано під час процедури δ -розщеплення, виконаного на підставі матриці \mathbf{J}_n , враховані у матриці \mathbf{B} . Цю складову похибки можна схарактеризувати як таку, що визначена рівнем взаємопов'язаності елементів вектора невідомих системи. Однак, як бачимо з (3), не лише цей чинник є визначальним. Вектор Δx_n , компоненти якого в процесі вибору топології декомпозиції визначають за допомогою (4), дає змогу оцінити точність прогнозування \tilde{x}_n , виходячи з локальних характеристик задачі та вибраної моди методу [7].

Надалі будемо використовувати термін “передбачуваність невідомого”. Під ними розуміємо абсолютну величину відповідного елемента вектора Δx_n . Чим цей елемент менший, тим відповідне невідоме вважаємо ліпше передбачуваним.

Практичні дослідження засвідчили, що рівень впливу розриву кожного із зв'язків на похибку необхідно визначити, керуючись параметром, який враховує і матрицю \mathbf{B} , і вектор Δx_n . Тому, щоб усунути описані вище промахи в роботі алгоритму [6], потрібно доповнити процедуру δ -розщеплення засобами врахування параметра Δx_n . Алгоритм на основі Δx_n можна класифікувати, як узагальнений варіант відомого підходу до вибору декомпозиції, що ґрунтується на оцінці рівня просторової активності електронної схеми [4]. Невідоме, яке є мало змінне в часі, у рамках заданої задачі можна трактувати як частковий випадок легко передбачуваного невідомого. А для випадку використання моди 1 незв'язаних методів [7] рівень просторової активності та вектор Δx_n описують одну й ту ж величину.

Для врахування рівня передбачуваності невідомого на етапі δ -розщеплення необхідно застосовувати цю процедуру не до матриці Якобі, а до спеціально сформованої матриці \mathbf{Z} , у якій одночасно враховані два описані вище чинники. Назвемо її матрицею впливу. Елемент $[i, j]$ матриці \mathbf{Z} визначаємо як добуток елемента $[i, j]$ матриці Якобі \mathbf{J}_n на j -й елемент вектора Δx_n . За змістом матриця впливу є математичним параметром, який комплексно описує дві характеристики системи: точність оцінки прогнозованих значень невідомих та рівень чутливості до похибки виконаної оцінки.

Блок-схему алгоритму декомпозиції на підставі δ -розщеплення матриці впливу \mathbf{Z} показано на рис. 1. Його вхідними параметрами є:

- матриця перестановок \mathbf{R} , яка описує симетричні перестановки рядків та стовпців, виконані під час δ -розщеплення й однозначно описує попередню топологію декомпозиції системи;
- \mathbf{J} – матриця Якобі системи (1);
- Φ – похибка, спричинена декомпозицією, яка визначена на підставі екстра-ітерації незв'язаного методу [6];

- ρ – сумарна площа діагональних блоків матриці D [6].

Вихідними параметрами процедури є обрана нова топологія декомпозиції, яку описує матриця R , та відповідне їй значення ρ .

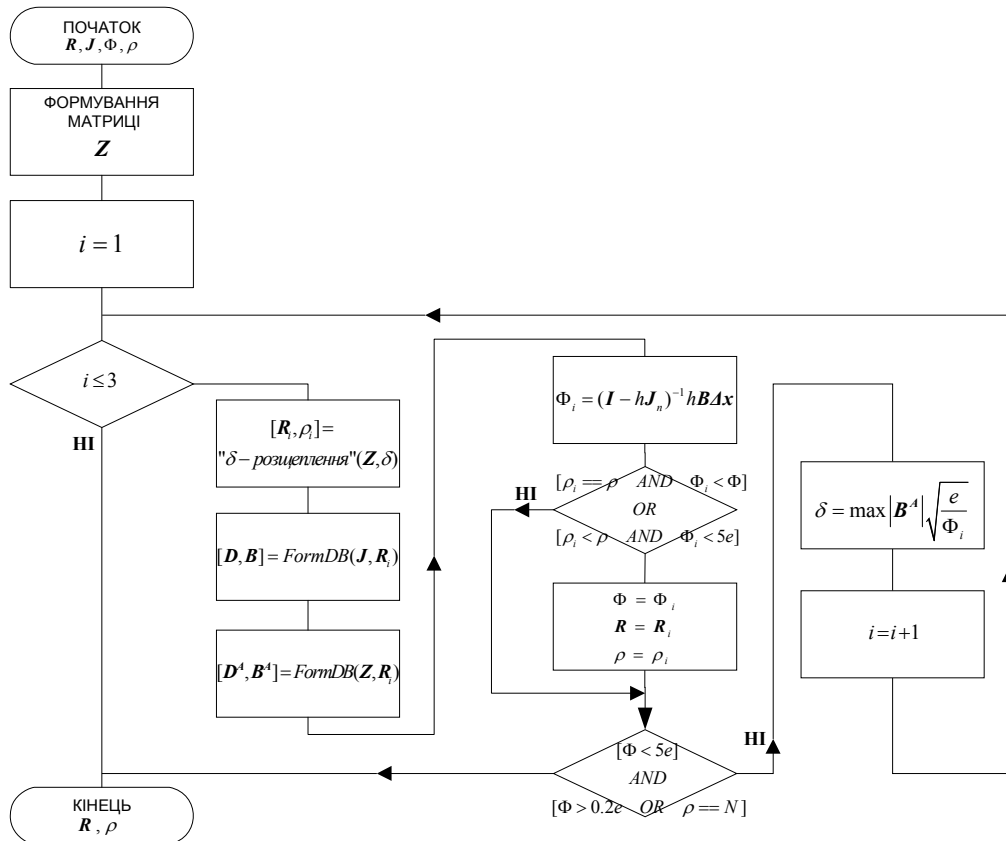


Рис. 1. Блок-схема алгоритму адаптивного вибору топології декомпозиції

На початковому етапі роботи алгоритму формуємо матрицю впливу. Потім застосовуємо ітеративний процес, який з міркувань підвищення швидкодії обмежений максимально допустимою кількістю ітерацій. Як і для алгоритму на підставі матриці Якобі, запропонованого в [6], ключовими параметрами, що визначають якість декомпозиції, є значення похибки Φ та трудомісткість одного кроку числового інтегрування, яку оцінюємо на підставі ρ . У процедурі використовуємо функцію *FormDB*, яка на підставі матриці перестановок R розділяє передану їй матрицю на діагональну D та позадіагональну B складові. Параметр e – це граничнодопустиме значення похибки; N – розмірність системи (1). На першій ітерації алгоритму для δ -розщеплення використовують значення δ , яке відповідає попередній топології декомпозиції.

Для практичного дослідження працездатності запропонованого вдосконалення розроблено програмне забезпечення для моделювання перехідних режимів електронних

схем. Програма передбачає можливість діакоптичного моделювання із застосуванням процедури адаптивного вибору топології декомпозиції (див. рис. 1). Крім того, для порівняльного аналізу з наявними методами передбачено можливість використання алгоритму, опублікованого у [6], ідеї якого застосовані як базові для запропонованих удосконалень.

Функціональну схему моделювальної програми показано на рис. 2. Крок корекції виконуємо на підставі незв'язаного неявного методу Ейлера. Для кожного десятого кроку корекції, щоб організувати зовнішній контроль над якістю роботи процедури декомпозиції, проводимо екстра-ітерацію, тобто додаткову релаксаційну ітерацію. Номер поточного кроку корекції незв'язаного методу позначено $CorrN$.

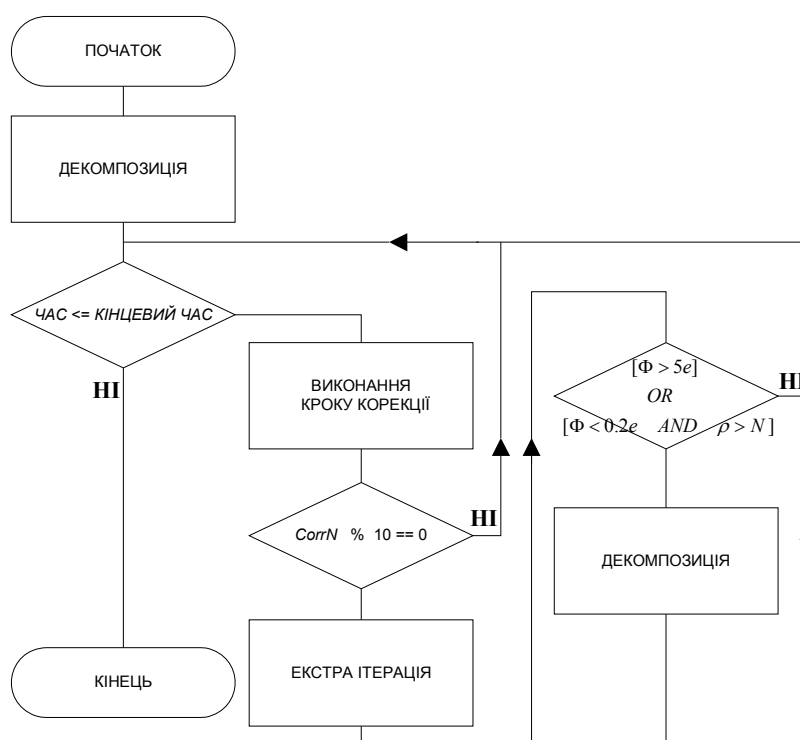


Рис. 2. Функціональна схема алгоритму моделювальної програми

Запропонований алгоритм протестовано на схемах, які зображено на рис. 3, 4. Під час моделювання відстежували процес зміни в часі топології декомпозиції задачі.

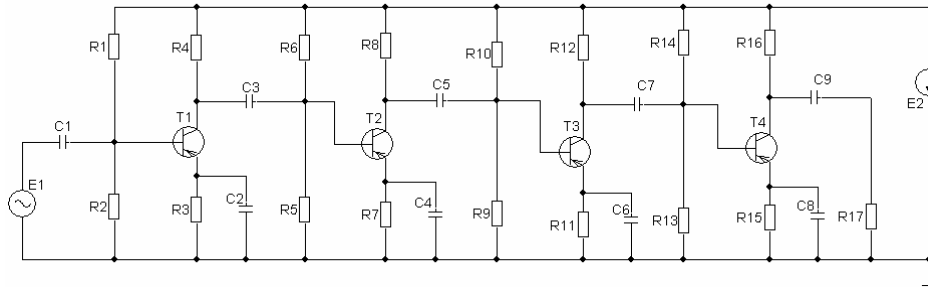


Рис. 3. Схема чотирьохкаскадного підсилювача

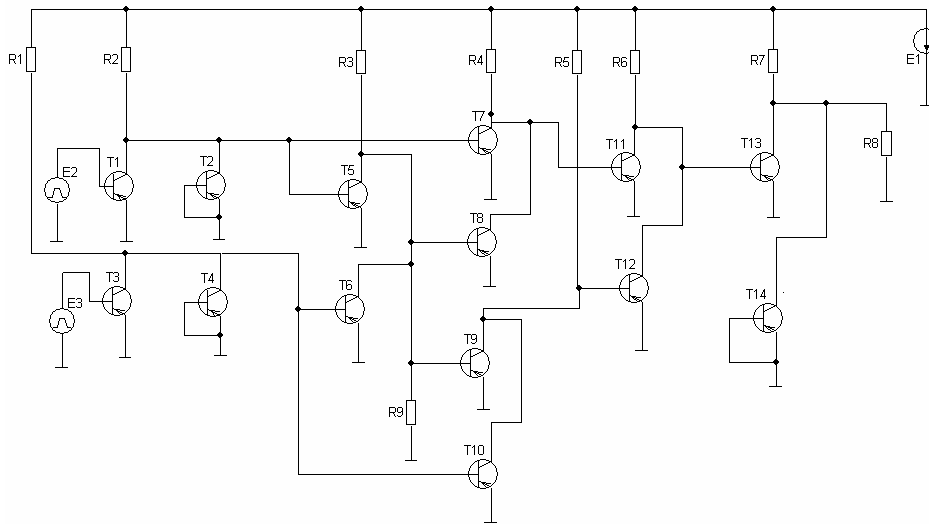


Рис. 4. Схема напівсуматора

Зокрема, на рис. 5, 6 показано отримані часові зміни кількості підзадач S для наведених вище тестових схем.

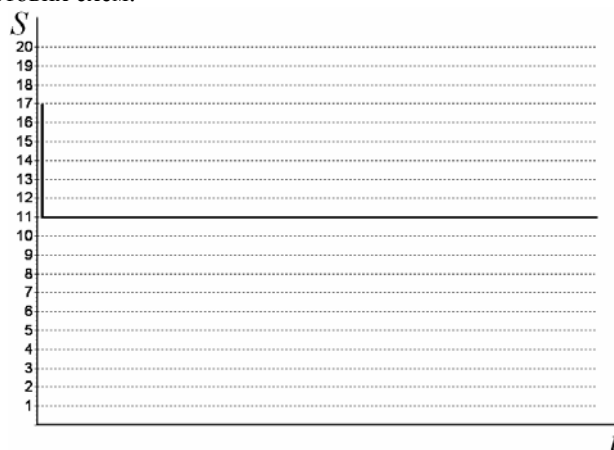


Рис. 5. Кількість підзадач, отримана внаслідок роботи алгоритму декомпозиції (для схеми з рис. 3)

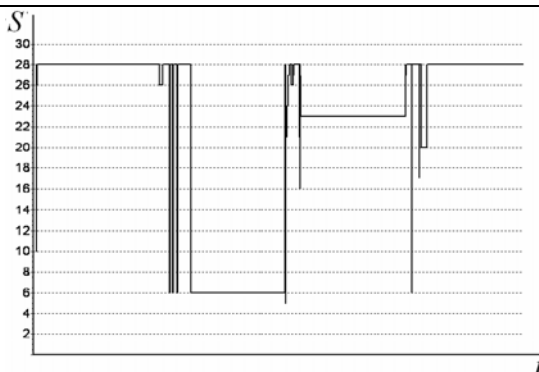


Рис. 6. Кількість підзадач, отримана внаслідок роботи алгоритму декомпозиції (для схеми з рис. 4)

У разі використання алгоритму декомпозиції, запропонованого у [6], часові зміни кількості підзадач показано на рис. 7, 8.

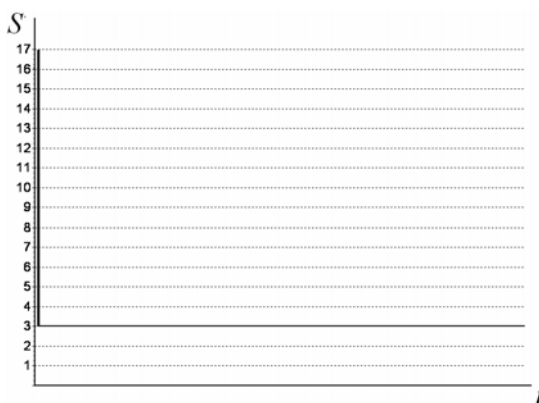


Рис. 7. Кількість підзадач, отримана внаслідок роботи алгоритму декомпозиції на підставі матриці Якобі (для схеми з рис. 3)

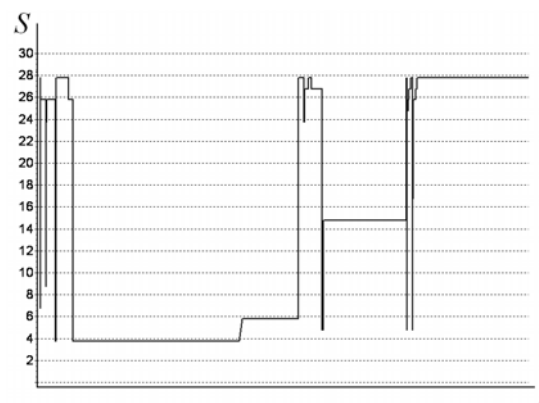


Рис. 8. Кількість підзадач, отримана внаслідок роботи алгоритму декомпозиції на підставі матриці Якобі (для схеми з рис. 4)

Для оцінки ефективності роботи програми використано параметр:

$$K_D = \frac{T - T_D}{T} \cdot 100\%; \quad (5)$$

де T – час моделювання без використання діакоптики; T_D – час моделювання із застосуванням алгоритму адаптивної декомпозиції. Ефективність визначена і для випадку використання алгоритму [6]. Отримані результати такі:

	Алгоритм [6]	Алгоритм рис. 1
Підсилювач (див. рис. 3)	$K_D = 20,5\%$	$K_D = 53,8\%$
Напівсуматор (див. рис. 4)	$K_D = 62\%$	$K_D = 65\%$

Отже, експериментальні дослідження засвідчують, що запропоновані вдосконалення алгоритму [6] підвищують швидкість моделювання. Це пояснюють вдалішим вибором топології декомпозиції. З'ясовано, що для деяких схем вплив введених модифікацій на роботу алгоритму може бути доволі значним, тоді як для інших задач він менш помітний. Це зумовлено тим, що різні задачі мають різний рівень передбачуваності невідомих. Якщо задачу у певний момент часу інтегрування характеризує вектор Dx_n , усі компоненти якого майже однакові, то алгоритм [6] дає змогу обрати оптимальну топологію декомпозиції. Якщо ж компоненти вектора Dx_n значно відрізняються між собою, можливо навіть на декілька порядків, то в такому випадку для визначення впливу кожного з розірваних зв'язків на загальну похибку лише матриці Якобі не достатньо. Використання матриці впливу дає змогу ефективно використовувати алгоритм вибору топології декомпозиції на підставі δ -розщеплення до моделювання задач з невідомими різного рівня передбачуваності. Окрім похибки, рівень декомпозиції впливає також на стійкість незв'язаних методів. Ефективність моделювання може знизитись через обмеження кроку інтегрування умовою стійкості. Досліджений алгоритм не враховує цього чинника при виборі топології декомпозиції.

1. *Петренко А.И., Власов А.И., Тимченко А.П.* Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ. К.: Вища школа, 1977. 192 с.
2. *Стахов П.Г.* Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. Л.: Вища школа, 1988. 154 с.
3. *Стахов П.Г., Рендзіняк С.Й., Крупський Б.І.* Розрахунок динамічних режимів електронних кіл на багатопроцесорних обчислювальних системах // Відбір і обробка інформації. 2002. Вип. 17. № 93. С. 41–46.
4. *Хвищун И.А.* Алгоритм учета латентности при машинном анализе электронных схем с использованием метода переменных состояния // Проблемы нелинейной электротехники: Тез. докл. II Всесоюз. науч.-техн. конф. Киев, 1984. Ч. 2. С. 134–135.
5. *Petcu D.* Parallelism in solving ordinary differential equations. Mathematical Monographs 64, Tipographia Univarsitatii din Timisoara, 1998. 232 p.
6. *Skelboe S.* Adaptive partitioning techniques for ordinary differential equations // BIT Numerical Mathematics. 2006. Vol. 46. N 3. P. 617–629. Vol. 32. P. 689–701.
7. *Skelboe S.* Accuracy of decoupled implicit integration formulas // SIAM J. on Sci. Computing. 2000. Vol. 21. N 6. P. 2206–2224.

**ADAPTIVE DIAKOPTICAL ALGORITHM OF ELECTRONIC SCHEMES'
MODELING****I. Khwyschun, B. Kvyatkovskyy**

*Ivan Franko National University of L'viv
Tarnavsky Str., 107, UA-79017 Lviv, Ukraine
MyBohdan@ukr.net*

The algorithm for electronic circuits modeling is presented. Algorithm is based on the decoupled method of numerical integration. Performance boost of the partitioning topology adaptive choice procedure is investigated. The improvement of the existing partitioning algorithm has been suggested. Improvement allows increasing the performance of the circuits modeling process. The definition of the influence matrix is proposed. Influence matrix is then used as parameter for the partitioning topology choice algorithm. Investigated the kind of the problems for which proposed algorithm applies and gives performance boost.

Key words: diakoptic, adaptive partitioning, decoupled implicit Euler method, δ -partitioning.

**АДАПТИВНЫЙ ДИАКОПТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ****И. Хвищун, Б. Квятковский**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Ген. Тарнавского, 107, 79017 Львов, Украина
MyBohdan@ukr.net*

Представлен алгоритм моделирования электронных схем, базирующийся на несвязанном методе численного интегрирования. Исследовано эффективность применения процедуры адаптивного выбора топологии декомпозиции. Предложено усовершенствование существующего алгоритма, позволяющее увеличить быстродействие моделирования схем, а также определение матрицы влияния, использующейся как параметр в алгоритме выбора топологии декомпозиции. Определен тип задач, для которых декомпозиция на основе матрицы влияния приводит к значительному повышению эффективности работы алгоритма.

Ключевые слова: диакоптика, адаптивная декомпозиция, несвязанный неявный метод Эйлера, δ -расчленение.

Стаття надійшла до редколегії 25.05.2009

Прийнята до друку 30.06.2009