
ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

УДК 53.072

ВИКОРИСТАННЯ ПЕОМ У КУРСІ “ТЕОРІЯ КОЛИВАНЬ І ХВИЛЬ”

Г. Злобін, О. Довгаль

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Ген. Тарнавського, 107, 79017 Львів, Україна
zlobin@electronics.wups.lviv.ua*

Для виконання лабораторного практикуму з курсу “Теорія коливань і хвиль” на кафедрі радіофізики ЛНУ імені Івана Франка понад десять років використовують спеціалізовані комп’ютерні системи типу DS0, Matlab та Octave, які дають змогу студенту швидко й інтерактивно перевіряти результати його роботи та будувати графіки отриманих ним залежностей. Завдяки такому підходу студенти можуть більше часу приділяти саме вивченню теоретичного матеріалу і формуванню математичної моделі, ніж виконанню рутинних алгебричних та графічних операцій. Коротко описано головні практичні підходи та засоби для розв’язування поставлених задач, які використовують для виконання лабораторних робіт.

Ключові слова: теорія коливань і хвиль, системи комп’ютерної математики Matlab, Octave, програма DS0.

Під час вивчення курсу “Теорія коливань і хвиль” часто виникає потреба в перегляді графіків залежностей (частотні характеристики, розв’язки лінійних диференціальних рівнянь, розв’язки нелінійних диференціальних рівнянь, фазові портрети тощо) та отриманні розв’язків нелінійних диференціальних рівнянь. Традиційний підхід до розв’язування цих задач полягає в отриманні аналітичних виразів (для отримання розв’язків нелінійних і параметричних диференціальних рівнянь використовують наближені аналітичні методи [метод гармонічного балансу, малого параметра, повільно змінних амплітуд тощо]) та наступному ілюструванню їх графіками без обговорення методів їхнього отримання [1–3]. Однак побудова графіків традиційними методами (табуляція функцій і побудова графіків на папері) потребує значної кількості технічних операцій. Використання наближених аналітичних методів для отримання розв’язків нелінійних і параметричних диференціальних рівнянь передбачає значного обсягу аналітичних перетворень та пов’язане з проблемою застосовності цих методів для конкретних числових значень параметрів коливної системи. Інший підхід полягає у застосуванні спеціалізованих програм і пакетів прикладних програм для побудови графіків та отримання розв’язків нелінійних і параметричних диференціальних рівнянь

[4–5]. На кафедрі радіофізики понад десять років для проведення практичних занять з курсу “Теорія коливань і хвиль” (1 година на тиждень) використовують такі програми:

- система DS0, яка є власною розробкою кафедри радіофізики;
- система MatLab, яка належить до пропрієтарного програмного забезпечення;
- система Octave, яка належить до вільного програмного забезпечення.

Наголосимо, що курс “Теорія коливань і хвиль” вивчають студенти спеціальності “прикладна фізика” на другому курсі після курсу “Обчислювальна техніка і програмування” одночасно з курсом “Інтегральні і диференціальні рівняння”. Курс “Числові методи” викладають студентам спеціальності “прикладна фізика” лише на третьому курсі.

Використання перерахованих програм для створення лекційних демонстрацій дає змогу викладачу легко змінювати числові параметри коливних систем і майже миттєво отримувати різні форми графічного відображення результатів за умови наявності ПЕОМ і відеопроєктора.

Для використання систем DS0, MatLab і Octave на практичних заняттях потрібно супроводжувати завдання до практичних робіт добре прокоментованими сценаріями, оскільки вивчення цих систем у курсі “Обчислювальна техніка і програмування” не передбачене (та й передчасне). На восьми практичних заняттях з курсу “Теорія коливань і хвиль” студенти виконують такі завдання:

- дослідження явища суперпозиції коливань — для заданого викладачем сигналу студент повинен отримати аналітичні вирази для гармонік ряду Фур’є, а на практичному занятті протабулювати отримані вирази за допомогою програми мовою Паскаль (текст програми подають у завданнях до практичних робіт) і перевірити правильність отриманих результатів шляхом перегляду графіка скінченної суми ряду Фур’є. Після цього за допомогою систем DS0 або Octave студент спостерігає суперпозицію коливань шляхом перегляду графіків скінчених сум ряду Фур’є, змінюючи кількість просумованих гармонік ряду від однієї до десяти;

- дослідження вільних коливань системи з одним ступенем вільності — для заданої викладачем коливної системи та початкових умов студент повинен вдома отримати диференціальне рівняння, яке описує коливання в заданій системі, та знайти аналітичні вирази для координат системи з урахуванням заданих початкових умов. На практичному занятті студент переглядає часові залежності координат системи та її фазовий портрет за допомогою сценарію для системи DS0 або Octave (див. далі). Якщо частковий розв’язок диференціального рівняння, який відповідає заданим початковим умовам, знайдений неправильно, то студент може переглянути розв’язки диференціального рівняння і фазовий портрет за допомогою сценарію числового інтегрування диференціального рівняння системи;

- дослідження вимушених коливань лінійної системи з одним ступенем вільності (гармонічне збудження) — для заданої викладачем коливної системи студент повинен вдома отримати диференціальне рівняння, яке описує коливання в заданій системі, та знайти аналітичний вираз для періодичного розв’язку рівняння. На практичному занятті студент переглядає отриманий розв’язок за допомогою сценарію для системи DS0 або Octave та порівнює його з результатами числового інтегрування неавтономного диференціального рівняння;

- дослідження вимушених коливань лінійної системи з одним ступенем вільності (негармонічне збудження) — на підставі розв’язку для попередньої задачі студент

повинен отримати аналітичні вирази для гармонік періодичного розв'язку рівняння системи. На практичному занятті він переглядає отриманий розв'язок за допомогою сценарію для системи DS0 або Octave та порівнює його з результатами числового інтегрування неавтономного диференціального рівняння;

- дослідження стійкості в малому стані рівноваги нелінійної системи з одним ступенем вільності — для заданої викладачем коливної системи студент повинен знайти стани рівноваги заданої викладачем системи, отримати диференціальне рівняння для малих відхилень від станів рівноваги і визначити тип особливої точки на фазовій площині системи, яка відповідає знайденому стану рівноваги. На практичному занятті студент переглядає фазовий портрет системи в околі знайдених станів рівноваги за допомогою сценарію числового інтегрування нелінійного диференціального рівняння для системи DS0 або Octave, щоб підтвердити виконані розрахунки;

- дослідження вимушених коливань нелінійної системи з одним ступенем вільності (гармонічне збудження) — для нелінійної коливної системи з попереднього завдання студент повинен отримати лінеаризоване диференціальне рівняння, яке описує вимушені коливання (випадок малої вимушу вальної сили) в околі стійкого стану рівноваги системи, та знайти аналітичний вираз для періодичного розв'язку рівняння. На практичному занятті студент переглядає отриманий розв'язок за допомогою сценарію для системи DS0 або Octave та порівнює його з результатами числового інтегрування неавтономного диференціального рівняння;

- дослідження хаотичних коливань нелінійної системи — для нелінійної неавтономної системи, заданої викладачем, студент повинен вдома ознайомитись із розбиттям простору параметрів системи на ділянки існування періодичних і хаотичних рухів. На практичному занятті за допомогою сценарію числового інтегрування неавтономного диференціального рівняння системи студент повинен отримати із заданою викладачем точністю числові значення граничних точок розбиття простору параметрів системи на ділянки з різним характером вимушених коливань системи;

- дослідження стійкості загалом станів рівноваги нелінійної системи коливної системи — для нелінійної коливної системи, заданої викладачем, студент повинен ознайомитись із розбиттям простору параметрів системи на ділянки з різною якісною структурою фазового простору системи. На практичному занятті за допомогою сценарію числового інтегрування неавтономного диференціального рівняння системи студент повинен отримати із заданою викладачем точністю числові значення граничних точок розбиття простору параметрів системи на ділянки з різною структурою фазового простору системи;

- дослідження автоколивних і параметричних систем — для систем, заданих викладачем, студент повинен вдома ознайомитись із результатами якісного дослідження заданих систем. На практичному занятті за допомогою сценарію числового інтегрування диференціального рівняння системи студент повинен дослідити явище м'якого і жорсткого самозбудження автоколивань. Для параметричної системи студент повинен отримати із заданою викладачем точністю числові значення граничних точок заданої викладачем області нестійкості.

Зрозглянемо приклади сценаріїв, які використовують на практичних заняттях та результати їхньої роботи (рис.1 – 4).

1. Програма табуляції гармонік та скінченної суми ряду Фур'є

```

Program rf;
Var
  i, n, m, k, tx, ty, typ: integer;
  z, s, p, t, h, u1, u2, period, w: real;
  a, b : array[0..20] of real;
  f : text;
Begin
  period:=значення;
  w:=2*pi/period;
  m:=10; {кількість гармонік}
  a[0]:=вираз;
  {табуляція гармонік }
  For k:=1 to m do
  Begin
    a[k]:=вираз;
    b[k]:=вираз;
  end;
  {табуляція суми ряду Фур'є, побудова графіка сигналу}
  n:=400; {кількість відліків сигналу}
  h:=period/n;
  t:=0;
  Pen ( 0, 0, 0, 200);
  For i:=1 to n do
  Begin
    s:=a[0];
    For k:=1 to m do
      s:=s+a[k]*cos(k*w*t)+b[k]*sin(k*w*t);
    ty:=200-trunc(2*s);
    point(i div 2,ty);
    t:=t+h;
  end;
  MoveTo(0,300); {вивід числових значень гармонік}
  WriteLn( ' a0=', a[0]);
  For k:=1 to m do
    WriteLn( 'k= ',k,' ak=', a[k],' bk=',b[k]);
  end.

```

2. Сценарії для дослідження суперпозиції коливань

| Сценарій для DSO | Сценарій для Octave |
|--|---|
| $y'=0;$ period = число ; $wt=(2*\pi/\text{period})*T;$ $s1=\text{знач. } a0 + \text{знач. } a1*\cos(wt) +$ $\text{знач. } b1*\sin(wt);$ $T_{\max}=\text{period};$ | # кількість гармонік $n_harm = 10 ;$ # період сигналу $T = \text{число} ;$ # кількість відліків сигналу на періоді $ni = 200 ;$ |

| | |
|---|---|
| <pre> s2=s1+знач. a2*cos(2*wt) +знач. b2*sin(2*wt); s3=s2+знач. a3*cos(3*wt) +знач. b3*sin(3*wt); ... s10=s9+знач. a10*cos(10*wt) +знач. b10*sin(10*wt); </pre> | <pre> # обчислення гармонік за аналітичними # виразими a_0 = вираз ; a(1)= вираз ; b(1)= вираз ; for j = 2:n_harm a(j)= вираз ; b(j)= вираз ; i = 0:ni-1 ; t = T * i / (ni-1) ; s(1,1:ni) = a_0/2 + a(1)*cos(2*pi*i/ni)+\ b(1)*sin(2*pi*i/ni) ; for j = 2:n_harm s(j,:) = s(j-1,:)+a(j)*cos(2*pi*i*j/ni)+\ b(j)*sin(2*pi*i*j/ni); end ; # побудова графіка суми гармонік plot (t,s); </pre> |
|---|---|

3. Сценарії для дослідження вільних коливань

| Сценарій для системи DS0 | Сценарій для системи Octave |
|---|---|
| <pre> y'=0; fi=вираз; y=вираз; Tmax= значення; </pre> | <pre> # Сценарій побудови графіка координати x(t) та фазового портрету y(x) # задання часового інтервалу global T = 1e2 ; # кількість точок global ni = 1000 ; i = 0:ni-1 ; global t = T * i / ni ; # функція для обчислення координати function result = x(t) global T ; result = вираз; endfunction; # побудова графіка координати plot (t, x (t)); input("next"); function result = y (t) global T ni ; result = вираз; endfunction; # побудова фазового портрета plot (x(t),y(t)); </pre> |

4. Сценарії для числового інтегрування неавтономних диференціальних рівнянь

| Сценарій для системи DS0 | Сценарій для системи Octave |
|--|--|
| <pre> fi'=y; delta = значення ; gamma_m = значення ; nju = значення ; omega_2 = 1 ; y'=-2*delta*y- omega_2*fi+gamma_m*sin(nju * T); fi(0)=0; y(0)=0; Tmax= значення;</pre> | <pre> #!/usr/bin/octave --persist global T = 1e2 ; global ni = 1000 ; i = 0:ni-1 ; global t = T * i / ni ; global phi0 = значення ; global dphi0 = значення ; global delta = значення ; global gamma_m = значення ; global nju = значення ; global omega_2 = 1 ; function xdot = diff_equ (x, t) global delta omega_2 nju gamma_m; xdot = zeros (2,1); xdot (1) = x (2) ; xdot (2) = - 2 * delta * x (2) - omega_2 * x(1) + gamma_m * sin (nju * t); endfunction ; res = lsode ("diff_equ", [phi0; dphi0], t); plot (t, res(:,1), res(:,2));</pre> |

5. Сценарії для числового інтегрування автономних диференціальних рівнянь

| Сценарій для системи DS0 | Сценарій для системи Octave |
|--|--|
| <pre> x'=y; y'=вираз ; x(0)=значення ; y(0)=значення ; Tmax= значення;</pre> | <pre> #!/usr/bin/octave --persist global T = 200 ; global ni = 200000 ; k = 0:ni-1 ; global t = T * k / ni ; global phi0 = 0.10 ; global dphi0 =2.10 ; function xdot = diff_equ (x, t) xdot = zeros (2,1); xdot (1) = x (2) ; xdot (2) =вираз ; endfunction ; res = lsode ("diff_equ", [phi0; dphi0], t); plot (res(:,1), res(:,2));</pre> |

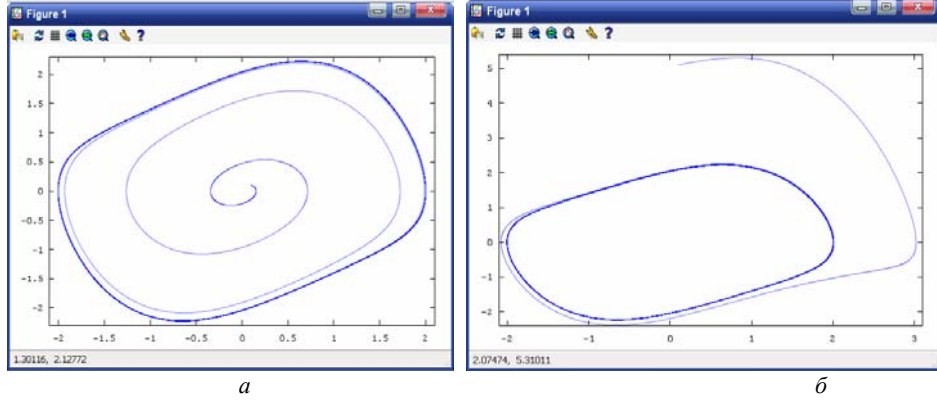


Рис. 1. Фазовий портрет генератора Ван-дер-Поля ($\frac{d^2v}{d\theta^2} - 0,5(1-v^2)\frac{dv}{d\theta} + v = 0$): *a* – початкові умови всередині граничного циклу; *б* – початкові умови ззовні граничного циклу

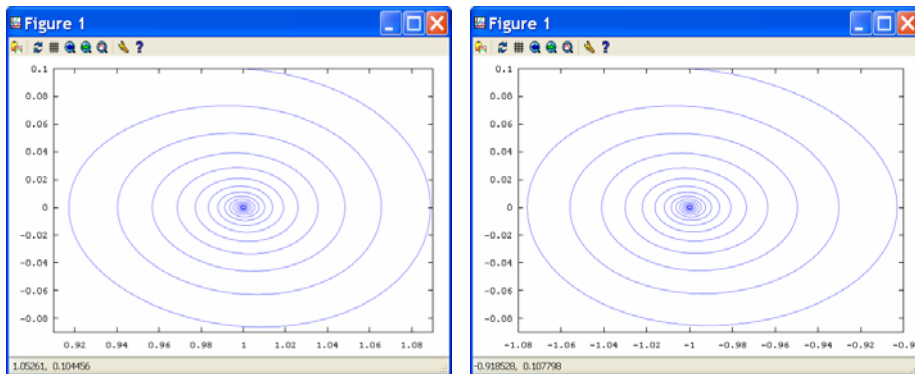


Рис. 2. Фазові траєкторії системи з трьома станами рівноваги в околі стійких станів рівноваги

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}x(1-x^2)\right) = 0$$

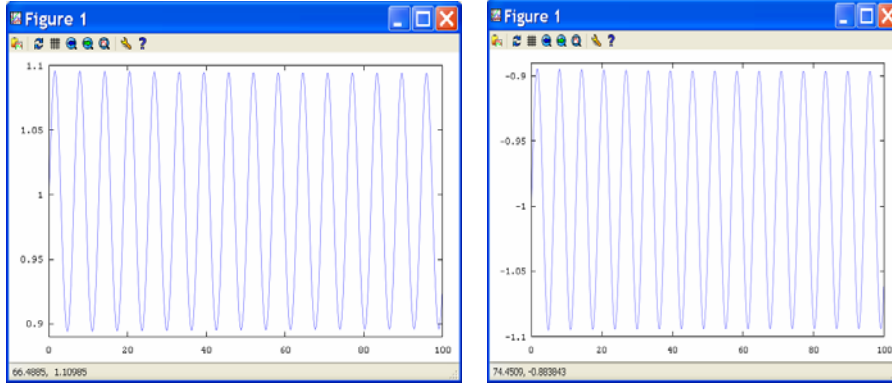


Рис. 3. Малі вимушені коливання системи з трьома станами рівноваги в околі стійких станів

$$\text{рівноваги } \left(\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}x(1-x^2) = 5\cos(0,8t) \right)$$

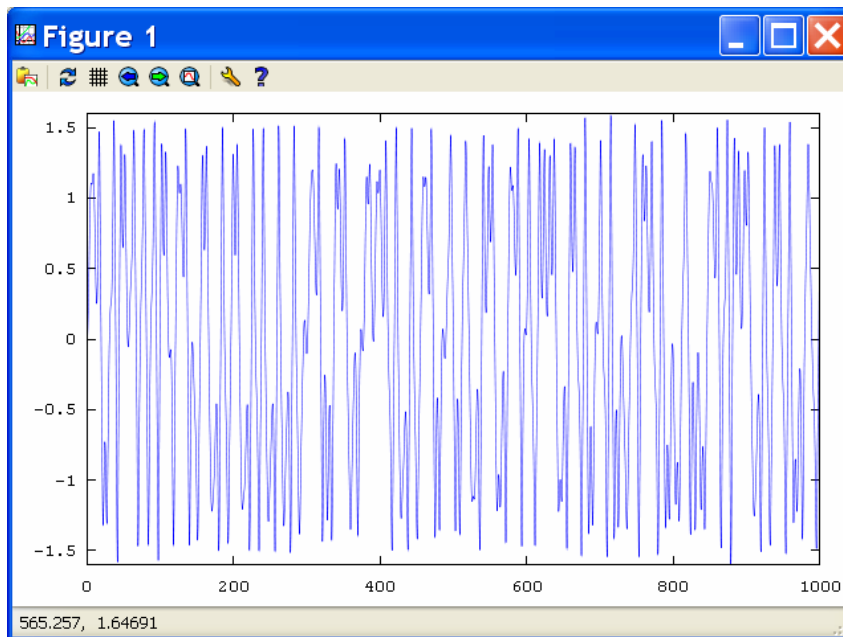


Рис. 4. Стохастичні коливання системи з трьома станами рівноваги

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}x(1-x^2) = 10\cos(0,8t) \right)$$

Отже, використання ПЕОМ на практичних заняттях з курсу “Теорія коливань і хвиль” дає змогу звільнити студента від виконання рутинних операцій з виконання числових обчислень. Завдяки цьому головні зусилля студента спрямовані на вивчення теоретичного матеріалу курсу та виконання аналітичних обчислень для розв’язування задач. Використання сценаріїв числового інтегрування диференціальних рівнянь дає змогу:

- самостійно перевірити правильність виконаних обчислень;
- якісно дослідити динаміку нелінійних коливних систем (у тім числі автоколивних і параметричних систем та систем зі стохастичною динамікою).

Для обчислень на ПЕОМ можна використовувати вільне програмне забезпечення (Octave, SciLab тощо) та власні розробки (DS0).

1. *Анісімов І. О.* Коливання та хвилі: Навч. посібник. К.: Академпрес, 2003. 280 с.
2. *Рабинович М.И., Трубецков Д. И.* Введение в теорию колебаний и волн. 3-е изд. М.: Наука, 2002. 564 с.
3. *Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н.* Основы теории колебаний. 2-е изд. М.: Наука, 1988.
4. *Астахов В. В., Шабунин А.В.* Радиопизический практикум по теории колебаний. Саратов: Изд-во ГосУНЦ “Колледж”, 2003. 134 с.
5. *Бутиков Е. И.* Физика колебаний. Лаборатория компьютерного моделирования. Учеб. пособие. СПб., 2008. 150 с.

USING PERSONAL COMPUTERS IN THE COURSE “THEORY OF OSCILLATIONS AND WAVES”

G. Zlobin, O. Dovhal

*Ivan Franko National University of L'viv
Tarnavsky Str., 107, UA-79017 Lviv, Ukraine
zlobin@electronics.wups.lviv.ua*

Radiophysics chair of Ivan Franko National University of L'viv reads lectures of course "Theory of oscillations and waves" lots of years. Laboratory session of this course lots of years is talking using computer systems such as DS0, Matlab and Octave which allow student quickly and interactively solve given mathematical problems and to build expected graphics. Such a way allows a student to spend more time on learning theoretic material rather than executing routine algebraic and graphic operations. This article describes most used practical ways to set the laboratory session of course “Theory of oscillations and waves”.

Key words: theory of oscillations and waves, computer algebra systems, Matlab, Octave, program DS0.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЭВМ В КУРСЕ “ТЕОРИЯ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН”**Г. Злобин, О. Довгаль**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
кафедра радиофизики
ул. Ген. Тарнавского, 107, 79017, Львов, Украина
zlobin@electronics.wups.lviv.ua*

Для выполнения лабораторного практикума по курсу “Теория колебаний и волн” на кафедре радиофизики ЛНУ имени Ивана Франко уже больше десяти лет используют специализированные компьютерные системы типа DS0, Matlab и Octave, которые позволяют студенту быстро и интерактивно проверять результаты его работы и строить графики полученных им зависимостей. Такой подход позволяет больше времени уделять именно теоретическому материалу и формулированию математической модели, а не исполнению рутинных алгебраических и графических операций. Кратко описаны основные практические подходы и средства для решения поставленных задач.

Ключевые слова: теория колебаний и волн, системы компьютерной математики Matlab, Octave, программа DS0.

Стаття надійшла до редколегії 13.04.2009

Прийнята до друку 30.06.2009