

УДК 62-83-52:621.313.33

МЕТОД ФОРМУВАННЯ ЖОРСТКОСТІ МЕХАНІЧНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

В. Маляр, А. Маляр, Д. Гречин

*Національний університет "Львівська політехніка"
вул. Бандери, 12, 79013 Львів, Україна*

Запропоновано метод формування жорсткості механічної характеристики асинхронного двигуна з фазним ротором та дослідження впливу опору реостата в колі ротора на статичні пускові характеристики з урахуванням насичення магнітопроводу.

Ключові слова: асинхронний двигун, механічна характеристика, жорсткість, насичення магнітопроводу.

Асинхронні електроприводи посідають важливе місце серед приводів змінного струму [4, 5]. Головною проблемою їхнього застосування є регулювання швидкості обертання та формування механічних характеристик, які б задовольняли вимоги, пов'язані з умовами роботи привідного механізму [4]. В регульованих електроприводах поширене реостатне регулювання швидкості обертання ротора, яке завдяки простоті застосовують у приводах підйомально-транспортних механізмів [5]. Важливою властивістю механічної характеристики є її жорсткість, яка в асинхронних двигунах (АД) з короткозамкненим ротором визначена геометричними розмірами стрижнів ротора, а в АД з фазним ротором – ще й опором реостата. Реостатні характеристики мають невелику жорсткість, яка залежить від опору реостата. Нижче запропоновано метод розрахунку додаткового опору в колі ротора АД для отримання наперед заданої механічної характеристики.

Механічну характеристику АД можна побудувати за спрощеними формулами [1, 4], однак вони мають невисоку точність і, крім того, орієнтовані на розв'язування задач аналізу. Тому важливим є розрахунок додаткового опору в колі ротора, який би давав змогу отримати механічну характеристику заданої форми. Очевидно, що достовірні результати можна отримати лише на підставі використання математичної моделі АД високого рівня адекватності.

У праці [2] запропоновано методику параметричного синтезу механічної характеристики АД, в основі якої є так зване схемне моделювання і яка допомагає враховувати насичення магнітопроводу. Схемна модель дає змогу звести задачу аналізу процесів в АД до аналізу нелінійного електричного кола постійного струму з керованими лінійними та нелінійними джерелами струму. Як зазначено у [2], такий підхід характеризують складним математичним описом і, крім того, наближеним урахуванням насичення.

Ми пропонуємо інший підхід до розв'язування сформульованої задачі на підставі використання математичної моделі АД високого рівня адекватності, в якій враховано явище насичення магнітопроводу на шляху як основного магнітного потоку, так і потоків розсіювання і яка б давала змогу формувати необхідні характеристики з високою достовірністю методами математичного моделювання. Суть його полягає в такому.

В усталеному режимі роботи процеси в обмотках статора і ротора АД характеризують періодичною зміною координат, причому внаслідок взаємного переміщення ротора відносно статора періоди залежностей від часу змінних стану їхніх контурів у фізичних координатах не дорівнюють між собою. Для розрахунку електромагнітних процесів у симетричних усталених режимах найраціональнішою є система ортогональних координат x, y , які обертаються синхронно з полем [6].

Електромагнітні процеси в АД з фазним ротором, який працює в усталеному режимі з постійним ковзанням s , в осях x, y описує нелінійна система рівнянь

$$\begin{aligned} -\omega_0 \psi_{sy} + R_s i_{sx} &= u_{sx}; \\ \omega_0 \psi_{sx} + R_s i_{sy} &= u_{sy}; \\ -s\omega_0 \psi_{ry} + (R_r + R_\delta) i_{rx} &= 0; \\ s\omega_0 \psi_{rx} + (R_r + R_\delta) i_{ry} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry}, i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry}$ – потокозчеплення та струми перетворених контурів статора і ротора; R_s, R_r – активні опори цих контурів; R_p – опір реостата в колі ротора; ω_0 – циклічна частота напруги живлення; s – ковзання ротора. В рівняннях (1) обмотка ротора зведена до обмотки статора згідно з викладеним у [3].

Як відомо [1], механічна характеристика АД в зоні малих ковзань близька до лінійної. Її можна записати в цій частині у вигляді залежності

$$M^* = ks, \quad (2)$$

де $M^* = M / M_1$ – відносне значення моменту на валу АД; k – кутовий коефіцієнт, який визначає жорсткість характеристики. Задача формування відповідної механічної характеристики полягає в знаходженні такого значення опору R_δ , яке забезпечує заданий електромагнітний момент $M = M_\zeta$ при значенні ковзання $s = s_\zeta$, тобто задане значення $k = M_\zeta^* / s_\zeta$.

У разі заданого значення ковзання s у системі (1) є п'ять невідомих – струми контурів і значення опору R_p реостата, для знаходження яких її необхідно доповнити рівнянням

$$M_\zeta - 1,5 p_0 (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) = 0, \quad (3)$$

де p_0 – кількість пар полюсів АД.

Оскільки $\vec{\psi} = \vec{\psi}(\vec{i})$, де $\vec{\psi} = (\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry})^T$, $\vec{i} = (i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry})^T$, то рівняння (1), (3) запишемо одним векторним –

$$\vec{F}(\vec{Z}) = 0, \quad (4)$$

розв'язком якого є вектор

$$\vec{Z} = (\vec{i}, R_\delta)^T.$$

(Тут і надалі верхній індекс "T" означає транспонування). Рівняння (4) нелінійне внаслідок зумовленої насиченням нелінійної залежності потокозчеплень контурів від струмів усіх контурів статора і ротора, а також наявності в рівнянні руху ротора добутку змінних стану, тому його можна розв'язати одним з численних ітераційних методів, наприклад Ньютона. Згідно з ним $(k+1)$ -не наближення вектора \vec{Z} визначають за формулою

$$\vec{Z}^{k+1} = \vec{Z}^k - W^{-1} \vec{F}^k,$$

де \vec{F}^k – значення вектора \vec{F} при $\vec{Z} = \vec{Z}^k$, а W – матриця Якобі, яка має вигляд

$$W = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline -\omega_0 L_{syysx} + R_s & -\omega_0 L_{sysy} & -\omega_0 L_{syrx} & -\omega_0 L_{syry} & 0 \\ \hline \omega_0 L_{sxxs} & -\omega_0 L_{sxsy} + R_s & -\omega_0 L_{sxrx} & -\omega_0 L_{sxry} & 0 \\ \hline -s_\zeta \omega_0 L_{ryyx} & -s_\zeta \omega_0 L_{ryxy} & -s_\zeta \omega_0 L_{ryrx} + R_r + R_\delta & -s_\zeta \omega_0 L_{ryry} & i_{rx} \\ \hline s_\zeta \omega_0 L_{rxsx} & s_\zeta \omega_0 L_{rxxy} & s_\zeta \omega_0 L_{rxrx} & s_\zeta \omega_0 L_{rxry} + R_r + R_\delta & i_{ry} \\ \hline a(L_{sxxs} i_{sy} - L_{syys} i_{sx} - \psi_{sy}) & a(L_{sxsy} i_{sy} - L_{sysy} i_{sx} + \psi_{sx}) & a(L_{sxrx} i_{sy} - L_{syys} i_{sx}) & a(L_{sxry} i_{sy} - L_{syys} i_{sx}) & 0 \\ \hline \end{array},$$

де $a = -1,5 p_0$.

У матриці Якобі є диференціальні індуктивності перетворених до осей x, y контурів АД. Їх обчислюють за наведеними в [6] формулами, у яких для врахування насичення магнітопроводу використовують три криві намагнічування: шляхів потоків розсіювання статора, шляхів потоків розсіювання в роторі і шляхів головного магнітного потоку.

Як відомо, метод Ньютона є локально збіжним, тому існує проблема пошуку початкового наближення, яке було б в околі збіжності методу. Надійним методом розв'язування сформульованої задачі є метод продовження по параметру, суть якого стосовно заданої задачі полягає в такому.

Підставимо в (4) вектор довільного нульового наближення \vec{Z}^0 , отримаємо вектор відхилів

$$\vec{F}(\vec{Z}^0) = \vec{F}^0. \quad (5)$$

Утворимо нову систему рівнянь вигляду

$$\vec{F}(\vec{Z}) - \varepsilon \vec{F}^0 = 0, \quad (6)$$

де ε – скалярний параметр. Продиференціюємо (6) за ε , отримаємо

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Z}} \frac{d\vec{Z}}{d\varepsilon} - \vec{F}^0 = 0,$$

або в нормальній формі Коші

$$\frac{d\vec{Z}}{d\varepsilon} = -W^{-1} \vec{F}^0, \quad (7)$$

де $W = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Z}}$ – матриця Якобі системи (6). Проінтегруємо (7) за ε методом Ейлера в межах від $\varepsilon = 1$ до $\varepsilon = 0$, за кілька кроків знайдемо значення вектора \bar{Z} , яке уточнюємо за методом Ньютона.

Унаслідок розв'язування рівнянь (1), (3) для заданого значення опору R_δ реостата за викладеним вище алгоритмом отримаємо одну точку механічної характеристики. Всю характеристику $M = M(s)$ та відповідні значення змінних стану в інтервалі зміни ковзання від $s=0$ до $s=1$ за заданого значення опору R_δ можна отримати на підставі рівнянь (1) електричної рівноваги. Для того ці рівняння продиференціюємо за s . У підсумку отримаємо систему диференціальних рівнянь (ДР)

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -x_{yysx} + R_s & -x_{yysy} & -x_{syrx} & x_{syry} \\ \hline x_{sxsx} & x_{sxsy} + R_s & x_{sxrx} & x_{sxry} \\ \hline -sx_{rysx} & -sx_{rysy} & -sx_{ryrx} + R_r + R_D & sx_{ryry} \\ \hline sx_{rxsx} & sx_{rxsy} & sx_{rxrx} & sx_{rxry} + R_r + R_D \\ \hline \end{array} \times \frac{d\bar{i}}{ds} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \omega_0 \psi_{ry} \\ \hline -\omega_0 \psi_{rx} \\ \hline \end{array}, \quad (8)$$

де $x_j = \omega_0 L_j$ – власні та взаємні диференціальні індуктивності контурів АД.

Для отримання багатовимірної залежності $\bar{i}(s)$ необхідно проінтегрувати систему ДР (8) за s , визначаючи на кожному кроці матрицю диференціальних індуктивностей та потокозчеплення всіх контурів, що дає змогу обчислити значення електромагнітного моменту за заданого значення опору реостата.

Важливим питанням є отримання початкових умов – значень струмів контурів при $s = 0$. Розглянемо його.

У разі ідеального неробочого режиму ($s = 0$) струмів у контурах ротора нема, і система (1) зводиться до двох рівнянь, які запишемо в матричній формі:

$$\Omega_s \bar{\psi}_s + R_s \bar{i}_s = \bar{u}, \quad (9)$$

де $\bar{\psi}_s = (\psi_{sx}, \psi_{sy})^T$, $\bar{i}_s = (i_{sx}, i_{sy})^T$ – вектори потокозчеплень та струмів контурів статора; $R_s = \text{diag}(R_s, R_s)$ – діагональна матриця активних опорів контурів статора;

$$\bar{u} = (u_x, u_y)^T \text{ – вектор прикладених напруг; } \Omega_s = \begin{array}{|c|c|} \hline & -\omega_0 \\ \hline \omega_0 & \\ \hline \end{array}.$$

Вісь x у цьому разі можна вважати суміщеною з зображувальним вектором напруги статора, тоді вектор $\bar{u} = (U_m, 0)^T$, де U_m – амплітудне значення прикладеної до обмотки статора напруги.

Для розв'язування рівняння (9) введемо в нього параметр λ ($0 \leq \lambda \leq 1$), домноживши вектор \bar{u} на λ . Після диференціювання за λ отримаємо

$$\begin{array}{|c|c|} \hline -\omega_0 L_{syxx} + R_s & -\omega_0 L_{syxy} \\ \hline \omega_0 L_{sxxs} & \omega_0 L_{sxsy} + R_s \\ \hline \end{array} \times \frac{\begin{array}{|c|} \hline \bar{d}i_{sx}/d\lambda \\ \hline \bar{d}i_{sy}/d\lambda \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline U_m \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}} = \begin{array}{|c|} \hline U_m \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}. \quad (10)$$

Проінтегруємо систему ДР(10) за λ у межах від $\lambda = 0$ до $\lambda = 1$ у разі нульових початкових умов ($\bar{i}_s = 0$), отримаємо значення струмів i_{sx}, i_{sy} , які можна уточнити за методом Ньютона і які є початковими умовами для інтегрування системи ДР (8). На підставі струмів обчислимо відповідні їм потокозчеплення ψ_{sx}, ψ_s .

Насамкінець розглянемо питання розрахунку залежності електромагнітного моменту та інших координат від опору R_p реостата за фіксованого значення ковзання. Для цього в систему (1) рівнянь електромагнітної рівноваги необхідно підставити $s = s_\zeta$ і продиференціювати її за s . У підсумку отримаємо

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -x_{syxx} + R_s & -x_{syxy} & -x_{syrx} & x_{syry} \\ \hline x_{syxx} & x_{sxsy} + R_s & x_{sxx} & x_{sxry} \\ \hline -s_\zeta x_{ryxx} & -s_\zeta x_{ryxy} & -s_\zeta x_{ryrx} + R_r + R_D & x_{ryry} \\ \hline s_\zeta x_{rxsx} & s_\zeta x_{rxsy} & s_\zeta x_{rxrx} & s_\zeta x_{rxry} + R_r + R_D \\ \hline \end{array} \times \frac{\bar{d}i}{dR_\delta} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline i_{rx} \\ \hline -i_{ry} \\ \hline \end{array}. \quad (11)$$

Після інтегрування системи ДР (11) за R_p , починаючи з $R_p = 0$, отримаємо залежність $M = M(R_p)$. Початковими умовами для розв'язування заданої задачі Коші будуть координати, розраховані за викладеним вище алгоритмом при $s = s_\zeta$.

В електроприводах невеликої потужності завдяки простоті застосовують регулювання швидкості обертання ротора зміною напруги живлення, яке виконують шляхом вмикання в коло статора додаткового опору, що приводить до зменшення жорсткості механічної характеристики двигуна. Аналогічно до викладеного можна дослідити й аналіз впливу на жорсткість механічної характеристики додаткового опору в колі статора.

Отже, розроблений метод та створений на його основі алгоритм розрахунку дають змогу формувати механічну характеристику асинхронного двигуна з фазним ротором з урахуванням насичення магнітопроводу із наперед заданою жорсткістю та досліджувати вплив на швидкість обертання ротора опору реостата в колі ротора методами математичного моделювання з високою достовірністю.

1. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 928 с.
2. *Канов Л.Н.* Параметрический синтез механических характеристик асинхронного двигателя на основе метода схемного моделирования // Электротехника и электромеханика. 2006. № 2. С. 26–29.
3. Проектирование электрических машин / Под ред. И.П. Копылова. М.: Энергия, 1980. 496 с.
4. *Сьромьятников И.А.* Режим работы асинхронных и синхронных двигателей / Под ред. А.Г. Мамиконянца. М.: Энергоатомиздат, 1984. 240 с.

5. Теорія електропривода: Підручник / Попович М.Г., Борисюк М.Г., Гаврилюк В.А. та ін. К.: Вища школа, 1993. 494 с.

6. *Филыц Р.В.* Математические основы теории электромеханических преобразователей. К.: Наук. думка, 1979. 208 с.

METHOD OF FORMING HARDNESS OF MECHANICAL CHARACTERISTIC OF ASYNCHRONOUS MOTOR

V. Malyar, A. Malyar, D. Hrechyn

*Lviv Polytechnic National University
Bandera Str., 12, Lviv 79013, Ukraine*

A method of forming mechanical characteristics hardness of the phase-rotor asynchronous motor and of studying the influence of rheostat resistance in the rotor circuit on the static start-up characteristics has been proposed.

Key words: asynchronous motor, mechanical characteristics, hardness, magnetic path saturation.

Стаття надійшла до редколегії 20.11.2006

Прийнята до друку 30.12.2006