

УДК 621.313

МАКРОМОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ДЛЯ АМПЛІТУДНИХ ЗНАЧЕНЬ СТРУМІВ ТА НАПРУГ

П. Стахів, В. Маляр, Ю. Козак, І. Надич

*Національний університет "Львівська політехніка"
вул. Бандери, 12, 79013 Львів, Україна*

Розглянуто принципи побудови дискретних математичних макромоделей електромеханічних перетворювачів. Розроблено лінійну та нелінійну динамічні макромоделі асинхронного короткозамкненого двигуна 4A71A2Y3 для амплітудних значень струмів та напруг, механічного моменту на валу та кутової швидкості обертання ротора, а також оцінено їхню точність.

Ключові слова: макромодель, асинхронний двигун, електромеханічний перетворювач.

Сьогодні у процесі побудови й аналізу електромеханічних перетворювачів широко застосовують засоби комп'ютерного моделювання. Це пов'язано з високими вимогами, які ставлять до параметрів і характеристик проєктованих апаратів, високим рівнем їхньої складності та необхідністю швидкого аналізу.

Застосування комп'ютерних засобів аналізу електромеханічних систем потребує математичних моделей їхніх компонент. Досить часто досліднику необхідно розробляти власні математичні моделі компонент, які б давали змогу відтворювати їхні характеристики з заданою точністю. Якщо користувача цікавить реакція електромеханічного об'єкта у вигляді вхід-вихід, то доцільно описувати компоненти математичними макромоделями [7].

Методи побудови лінійних дискретних макромоделей нині достатньо розроблені, їх широко використовують в електротехніці, електроенергетиці та електромеханіці [3, 7, 8]. Щодо побудови нелінійних макромоделей, то тут єдиного підходу поки що немає. Це пов'язано зі складністю задачі моделювання нелінійних об'єктів. Найвні підходи до побудови макромоделей нелінійних об'єктів у формі співвідношення вхід-вихід на основі розщеплення сигналів, розроблені А.А. Ланне [4] і С.А. Букашкіним [1], не є достатньо універсальними. Інший підхід – використання функціональних рядів Вольтера-Пікара – хоч і є достатньо універсальним, проте на практиці його важко використовувати внаслідок складності визначення ядер Вольтера [2, 6].

З погляду комп'ютерного моделювання перспективнішим є метод дискретних рівнянь стану [3]. Цей підхід з математичного погляду найбільше формалізований. Моделі у формі дискретних рівнянь стану легко вписуються в системи аналізу електронних кіл та електротехнічних систем і не потребують надлишкових затрат в оперативній пам'яті та проведення додаткових розрахунків. Проте є певні

труднощі в разі побудови дискретних макромоделей нелінійних динамічних систем [7].

Тому сьогодні актуальною є розробка достатньо універсальних алгоритмів, за допомогою яких можна було б ефективно будувати макромоделі нелінійних багатополюсних радіоелектронних, електромеханічних та інших компонент. Один з перспективних підходів – використання оптимізації. Суть цього підходу полягає в знаходженні мінімуму деякої функції невідомих параметрів макромоделі, що характеризує її точність. Цю функцію називають функцією мети; здебільшого, вона відображає середньоквадратичне відхилення поведінки моделі від поведінки модельованого об'єкта. Визначення точки мінімуму цієї функції фактично є визначенням оптимального набору коефіцієнтів для нашої макромоделі.

Формулювання задачі. Мета досліджень: побудова макромоделі асинхронного двигуна серії 4A71A2Y3 у формі дискретного рівняння стану у вигляді співвідношення

$$\begin{cases} \bar{x}^{(k+1)} = F\bar{x}^k + G\bar{v}^k + \bar{\Phi}(\bar{x}^k, \bar{v}^k); \\ \bar{y}^{(k+1)} = F\bar{x}^{k+1} + D\bar{v}^{k+1}, \end{cases} \quad (1)$$

де \bar{X} – вектор змінних стану; \bar{V} – вектор вхідних змінних; \bar{Y} – вектор вихідних змінних; F, G, C, D – дійсні матриці відповідних розмірів; $\bar{\Phi}$ – деяка нелінійна функція компонент векторів (\bar{y}^k, \bar{v}^k) , отримана шляхом використання оптимізаційних методів ідентифікації.

Як змінні (\bar{y}^k, \bar{v}^k) для побудови макромоделі виберемо амплітудні значення струмів і напруг статорних обмоток, механічний момент на валу та кутову швидкість обертання ротора, як це показано на рис. 1. Вхідними змінними такої макромоделі є напруга $U_A(t)$, механічний момент $M(t)$, а вихідними – струм $I_A(t)$, швидкість $\omega(t)$ (з огляду на симетрію трифазного асинхронного двигуна обмежуємось розглядом струму та напруги лише однієї статорної обмотки, обмотки відповідної фази А).

Отже, вектори вхідних та вихідних змінних виглядають так:

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} U(t) \\ \bar{M}(t) \end{bmatrix}; \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} I(t) \\ \bar{\omega}(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

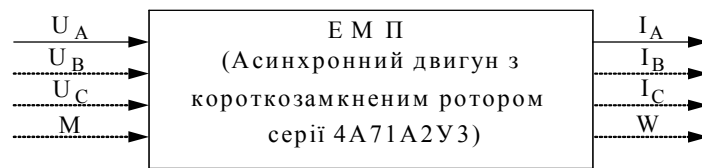


Рис. 1. Досліджуваний електромеханічний перетворювач як об'єкт моделювання у вигляді “чорної скриньки”.

Перехідні характеристики асинхронного двигуна отримані за допомогою комп'ютерного експерименту. Основою математичної моделі асинхронної машини є нелінійна теорія електричної машини, на підставі якої розроблені алгоритми та

програми розрахунку диференціальних параметрів та потокозчеплень контурів асинхронної машини змінного струму [5]. Рівняння електричної рівноваги контурів у будь-якій системі координат можна записати у вигляді

$$\frac{d\bar{\psi}}{dt} + \Omega\bar{\psi} + R\bar{i} = \bar{u}, \quad (3)$$

де $\bar{\psi} = (\psi_1, \dots, \psi_j, \dots, \psi_k)^T$, $\bar{i} = (i_1, \dots, i_j, \dots, i_k)^T$ – вектори потокозчеплень та струмів k контурів; Ω – квадратна матриця розміру $k \times k$, елементи якої визначені конкретною системою координат; R – квадратна матриця такого ж розміру активних опорів k контурів; \bar{u} – k - вимірний вектор напруг усіх контурів.

Потокозчеплення кожного контуру у загальному випадку є складною нелінійною функцією струмів \bar{i} усіх його контурів і положення ротора, яке визначене кутовою координатою γ . Ця програма забезпечує обчислення електромагнітних та диференціальних параметрів відповідно до вибраної системи координат. В експерименті використано перетворені системи координат, метою переходу до яких є вилучення з рівнянь електричної рівноваги контурів машин кута повороту γ ротора, що дає змогу значно спростити обчислення.

Розраховували перехідні функції асинхронного двигуна, а саме: реакції струмів та напруг в обмотках на стрибкоподібну зміну напруги, яку подавали на одну з цих обмоток. Частота дискретизації вимірювань становить 8 кГц, що достатньо для реєстрації перехідних процесів, які відбуваються в такому асинхронному двигуні.

Для побудови макромоделі використовували проріджені масиви даних (використовували кожену четверту дискрету), що дещо спотворює перехідну характеристику об'єкта, проте точність такої моделі цілком достатня.

Виконано також низку обчислень реакції асинхронного двигуна на синусоїдальні напруги. Амплітуда вхідної синусоїди була достатньо високою, щоб уважати режим роботи асинхронного двигуна нелінійним.

Апріорною інформацією для побудови макромоделі є перехідні характеристики стосовно струмів обмоток та швидкості обертання ротора. Ці характеристики показані на рис. 2, 3.

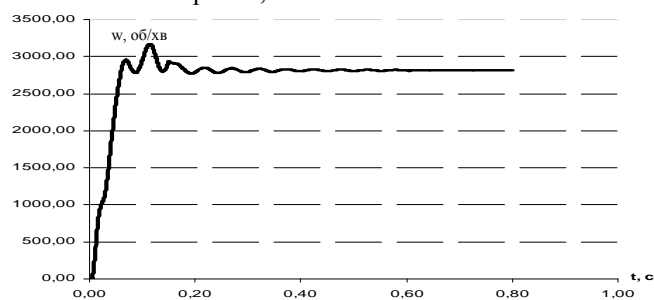


Рис. 2. Перехідна характеристика швидкості електромеханічного перетворювача.

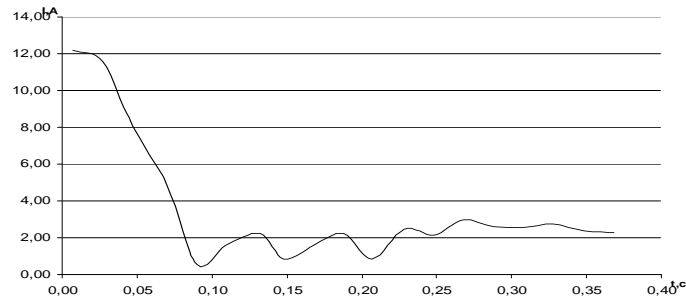


Рис. 3. Перехідна характеристика струму електромеханічного перетворювача.

Побудова макромоделі. Складність оптимізаційної задачі значно залежить від кількості невідомих коефіцієнтів, які є в оптимізованій функції, причому практично для всіх методів оптимізації затрати на оптимізацію зростають швидше, ніж кількість невідомих коефіцієнтів, тому оптимізаційна задача спроститься, якщо її розбити на кілька підзадач так, щоб у кожній з них було менше невідомих коефіцієнтів, ніж у загальній оптимізаційній задачі. Крім того, під час розбиття може суттєво зменшитися крутість ярів оптимізованої функції, що приведе до додаткового спрощення оптимізаційної задачі [3].

У нашому випадку застосовано розбиття з виділенням лінійної підмоделі. Тобто побудову виконували так:

- побудова лінійної підмоделі;
- знаходження нелінійних коефіцієнтів;
- загальне уточнення макромоделі.

Значення елементів матриці D знайдені аналітично на основі нульової дискрети і в подальшій побудові моделі не змінювалися.

Усі етапи побудови макромоделі виконували за допомогою алгоритму модифікованого прямого конуса Растрігіна [3].

Лінійна підмодель. У результаті оптимізаційної побудови отримано таку лінійну підмодель:

$$\begin{cases} X_1 = 0.9967 \cdot X_1 + 0.0483 \cdot X_2 + 3.5658 \cdot V_1 - 0.7245 \cdot V_2; \\ X_2 = -0.0483 \cdot X_1 + 0.9967 \cdot X_2 + 0.5026 \cdot V_1 - 0.8816 \cdot V_2; \\ X_3 = 0.9849 \cdot X_3 - 0.3856 \cdot V_1 + 0.0194 \cdot V_2; \\ X_4 = 0.9786 \cdot X_4 + 0.6375 \cdot V_1 - 0.0237 \cdot V_2; \\ Y_1 = 0.0389 \cdot X_1 + 0.03859 \cdot X_2 - 2.5327 \cdot X_3 - 1.0819 \cdot X_4; \\ Y_2 = 0.0389 \cdot X_1 + 0.01498 \cdot X_2 + 2.4159 \cdot X_3 + 1.7604 \cdot X_4 + 12 \cdot V_1. \end{cases}$$

Порівняння перехідного процесу ввімкнення двигуна, розрахованого за допомогою отриманої лінійної моделі, з розрахунком за допомогою повної моделі двигуна показано на рис. 4.

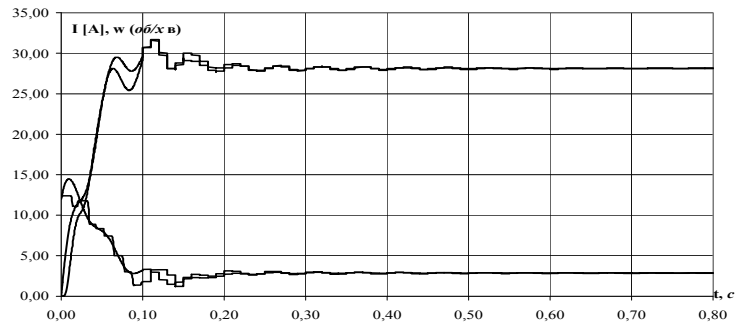


Рис. 4. Відгук на тестовий сигнал лінійної моделі.

Середньоквадратичне відхилення для цієї моделі становило 7,8%.

Нелінійна модель. Після отримання коефіцієнтів матриць F , G , C , D будують модель (1), беручи знайдені на попередньому етапі коефіцієнти незмінними. Для підвищення точності отриманої таким способом макромоделі проводили уточнювальний етап побудови, на якому оптимізації підлягали всі коефіцієнти макромоделі, за винятком матриці D , яка, як зазначено вище, знайдена аналітично.

У результаті було отримано таку модель:

$$\begin{cases} X_1 = 0.9967 \cdot X_1 + 0.0483 \cdot X_2 - 0.171 \cdot V_1 - 0.0576 \cdot V_2; \\ X_2 = -0.0483 \cdot X_1 + 0.9967 \cdot X_2 - 0.6386 \cdot V_1 + 0.1418 \cdot V_2; \\ X_3 = 0.9913 \cdot X_3 - 0.2951 \cdot V_1 + 0.0081 \cdot V_2 + \\ \quad + 0.0006 \cdot X_3^2 + 0.0002 \cdot X_3 \cdot X_4 - 0.0002 \cdot X_4^2; \\ X_4 = 0.9814 \cdot X_4 + 0.5125 \cdot V_1 - 0.0052 \cdot V_2 - \\ \quad - 6.4609 \cdot X_3^2 + 0.0011 \cdot X_3 \cdot X_4 + 0.0009 \cdot X_4^2; \\ Y_1 = 0.0581 \cdot X_1 - 0.1834 \cdot X_2 - 2.4825 \cdot X_3 - 1.1633 \cdot X_4; \\ Y_2 = 0.0544 \cdot X_1 - 0.0569 \cdot X_2 + 1.4846 \cdot X_3 + 1.0991 \cdot X_4 + 12 \cdot V_1. \end{cases}$$

Порівняння перехідного процесу ввімкнення двигуна, розрахованого за допомогою отриманої моделі, з розрахунком за допомогою повної моделі двигуна зображено на рис. 5.

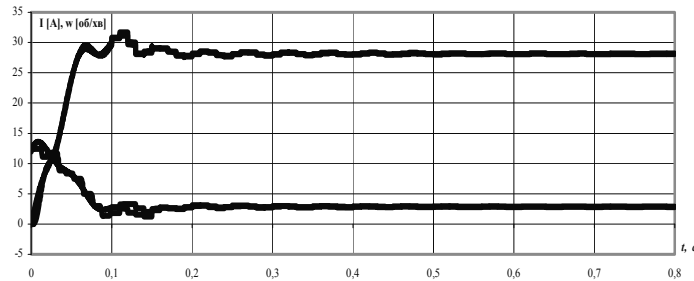


Рис. 5. Відгук на тестовий сигнал нелінійної моделі.

Середньоквадратичне відхилення для цієї моделі становило 5,8%.

Отже, застосування оптимізаційного підходу до побудови макромоделей є достатньо універсальним підходом для побудови макромоделей нелінійних багатополосних радіоелектронних, електромеханічних та інших компонент. Побудована з використанням цього підходу макромоделі асинхронного короткозамкненого двигуна 4A71A2У3 є достатньо точною і може бути використана для аналізу складних систем, що містять цей двигун.

Головний недолік описаного підходу побудови макромоделей – складність оптимізаційної задачі. Проте цю задачу можна значно спростити шляхом розбиття процесу побудови макромоделі на етапи, на кожному з яких знаходять обмежену кількість коефіцієнтів макромоделі.

1. Букашкин С.А. Математическое макро моделирование нелинейных динамических электронных схем. // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 6. С. 24–32.
2. Данилов Л.В. Ряды Вольтера–Пикара в теории нелинейных электрических цепей. М.: Радио и связь, 1987. 224 с.
3. Козак Ю.Я. Побудова математичних макромоделей компонент електротехнічних систем : Дис.... канд. техн. наук. Львів, 2002. 128 с.
4. Ланнэ А.А. Нелинейные динамические системы. Синтез, оптимизация, идентификация. Л.: ВАС, 1885. 240 с.
5. Маляр В., Совін Р. Математичне моделювання перехідних процесів в електромеханічних перетворювачах на основі сплайн-методу // Математичне моделювання в електротехніці, електроніці та електроенергетиці: Тези доп. 3-ї міжнар. наук.-техн. конф. Львів, 1999. С. 173–174.
6. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976. 448 с.
7. Стахів П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. Львов: Высш. школа, 1988. 154 с.
8. Hinamoto T., Mackava S. Approximation of polynomial state-affine discrete-time systems // IEEE Trans. Circ. and Syst. 1984. Vol. 33. N 8. P. 713–721.

**MATHEMATICAL MACROMODELS OF INDUCTION MOTOR FOR
PEAK CURRENTS AND VOLTAGES****P. Stakhiv, V. Malyar, Yu. Kozak, I. Nadych***Lviv Polytechnic National University
12 S. Bandery str. 79013, Lviv, Ukraine*

The problem of mathematical macromodels creation intended for electromechanical converters analysis is considered. Linear and nonlinear macromodels of induction motor of type 4A71A2Y3 are developed for peak current and voltage values, shaft mechanical moment and rotor angular speed. Adequacy of obtained models is analysed.

Key words: mathematical model, induction motor, electromechanical converter.

Стаття надійшла до редколегії 20.07.2007

Прийнята до друку 30.07.2007