

УДК 621.372

АЛГОРИТМ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ НЕЛІНІЙНОГО ГІСТЕРЕЗИСНОГО ІНДУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА У ПЕРІОДИЧНОМУ ПРОЦЕСІ

Л. Глухівський

*Український інститут промислової власності
вул. Глазунова, 1, Київ 01601, Україна
lev_glukhivskiy@ukrpatent.org*

Запропоновано алгоритм побудови математичної моделі на періоді нелінійного гістерезисного індуктивного елемента. Реалізовано алгоритм комп'ютерною процедурою мовою FORTRAN-90. Наведено результати розрахунку періодичного процесу у схемі, що містить гістерезисну індуктивність.

Ключові слова: алгоритм, математична модель, періодичний процес, нелінійна гістерезисна індуктивність.

У разі використання диференційного гармонічного методу [2, 3] та його програмного забезпечення [3] для створення математичних моделей періодичних процесів у нелінійних електричних колах і пристроях необхідно в кожному конкретному випадку розробляти так звану миттєву математичну модель періодичного процесу, тобто модель процесу в одному (будь-якому) вузлі періоду, і додатково – “модель на періоді” (МНП) для тих елементів кола, для яких створення миттєвої моделі тільки у одному ізолюваному вузлі періоду не можливе. У [3] розглянуто приклад з розробкою МНП – алгоритм і комп'ютерну програму для розрахунку періодичного процесу в колі з керованим вентиляем.

Очевидно, що, крім керованого вентиля, є й інші елементи нелінійних кіл, для яких у разі моделювання періодичних процесів диференційним гармонічним методом необхідна розробка їхніх МНП. Ми пропонуємо алгоритм роботи МНП нелінійних елементів, характеристики яких гістерезисні, тобто неоднозначні.

Нехай одним з елементів кола є нелінійний індуктивний елемент з феромагнітним осердям, вебер-амперна характеристика якого гістерезисна і подібна до тієї, що показана на рис. 1. Тут зображено головну криву намагнічування, що проходить через початок координат, і дві гілки – верхню і нижню, що утворюють граничну петлю гістерезису [1, 4]. Абсцису лівої точки злиття верхньої і нижньої гілок позначимо через i_L , а абсцису правої точки злиття цих гілок – через i_R . Так званих частинних симетричних і несиметричних петель гістерезису до уваги брати не будемо і вважатимемо, що зв'язок між поточкозчепленням і струмом індуктивного елемента в періодичному процесі виражає або головна крива намагнічування, якщо мінімальне і максимальне

значення струму на періоді не виходять за межі значень i_L і i_R , або ж цей зв'язок виражає гранична петля гістерезису, якщо мінімальне і максимальне значення струму на періоді виходять за ці межі.

Під МНП гістерезисного індуктивного елемента будемо розуміти алгоритм і його програмну реалізацію для обчислення в m рівновіддалених вузлах періоду періодичного процесу значень потокозчеплення ψ і диференційної індуктивності $L = d\psi/di$ індуктивного елемента за значеннями його струму i в цих же вузлах.

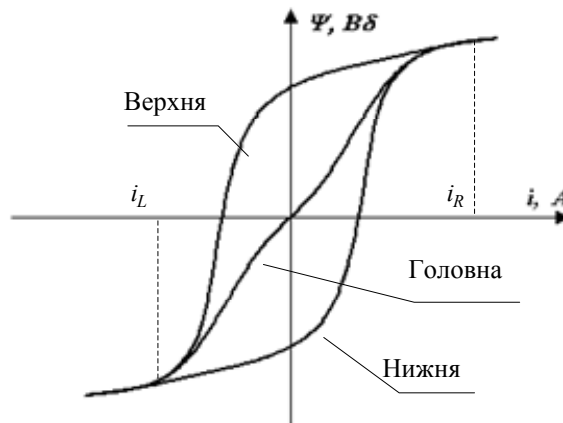


Рис. 1. Вебер-амперна характеристика нелінійного індуктивного елемента (петля гістерезису).

Диференційний гармонічний метод має поняття векторів амплітуд (їхніми компонентами є стала складова і косинусні та синусні амплітуди гармонік змінних величин) і вузлових векторів (їхніми компонентами є значення змінних величин на сукупності вузлів періоду періодичного процесу). Вузловий вектор струму гістерезисного індуктивного елемента є вхідною величиною його МНП.

Пропонований алгоритм роботи МНП гістерезисного індуктивного елемента такий.

Серед усіх компонент вузлового вектора струму шукаємо компоненту з максимальним значенням i_{\max} і компоненту з мінімальним значенням i_{\min} струму, а також номер n_{\min} вузла з мінімальною компонентою.

Можливі такі варіанти:

1) i_{\min} є меншим від i_L і одночасно i_{\max} є більшим від i_R , тоді значення елементів вузлового вектора потокозчеплення шукаємо з використанням усієї петлі гістерезису. В цьому разі обхід вузлів періоду починаємо із вузла з номером n_{\min} . У наступному вузлі ($n_{\min} + 1$) значення струму вже буде більшим від i_{\min} , отже, у цих двох точках періоду зв'язок між ψ та i задає нижню гілку петлі. Просуваючись вузлами періоду від n_{\min} праворуч і використовуючи як функцію зв'язку між ψ та i нижню гілку, у кожному з вузлів визначаємо ψ і L та порівнюємо значення струму i з i_{\max} . Як тільки i стане більшим від i_{\max} ,

функцією зв'язку між ψ та i буде призначена верхня гілка. Просуваючись далі праворуч і визначаючи в кожному вузлі значення ψ та L з використанням верхньої гілки, у кожному з вузлів порівнюємо значення струму i з i_{\min} . Як тільки i стане меншим від i_{\min} , функцією зв'язку між ψ та i знову буде призначена нижня гілка. Ці дії в описаному вище порядку повторюються в усіх вузлах до кінця періоду і потім від першого вузла до вузла з номером $n_{\min} - 1$;

2) i_{\min} не є меншим від i_L або i_{\max} не є більшим від i_R , тоді функцією зв'язку між ψ та i в усіх вузлах періоду буде призначена головна гілка, і з її використанням у всіх вузлах періоду (тут вузли періоду можна обходити у порядку від першого до останнього) за значеннями струму i відшукують значення ψ і L .

Цей алгоритм реалізує наведена нижче процедура, написана мовою FORTRAN-90:

```

Subroutine HISTPER(M,IL,IR,STR,PSI,L,DI,PST,N)
!-----
! Процедура обчислення вузлового вектора поточкозчеплення PSI
! і діагональної матриці (у вигляді вузлового вектора) диференційних
! індуктивностей L гістерезисного індуктивного елемента
! за заданим значенням вузлового вектора його струму STR
!-----
Implicit none
Integer,intent(in)::M,N
Real,intent(in)::IL,IR,DI
Real,dimension(M),intent(in)::STR
Real,dimension(3,N),intent(in)::PST
Real,dimension(M),intent(out)::PSI,L
Integer::i,Nmin,NK
Real::Imin,Imax
!-----
! Вхідні величини:
! STR – вузловий вектор струму
! M – кількість точок на періоді
! IL, IR – координати лівої і правої точок злиття верхньої і
! нижньої гілок петлі
! PST – таблиця, що задає верхню (перший рядок), основну (другий
рядок)
! і нижню (третій рядок) гілки петлі
! N – кількість вузлів таблиці
! DI – крок таблиці
! Вихідні величини:
! PSI – вузловий вектор значень поточкозчеплення
! L – вузловий вектор значень диференційної індуктивності
!-----
! Шукаємо мінімальне Imin і максимальне Imax значення струму на
періоді

```

```

! та номер вузла Nmin з мінімальним значенням
!-----
  Imin=STR(1); Imax=STR(1); Nmin=1
  Do i=2,M
    If(STR(i).gt.Imin) goto 1
    Imin=STR(i); Nmin=i
  1 if(STR(i).lt.Imax) goto 2
    Imax=STR(i)
  2 continue
  end do
!-----
! Визначаємо робочу гілку петлі
if(Imin.lt.IL.and.Imax.gt.IR) goto 3; NK=2
!---- працюємо з головною гілкою
  do i=1,M
    call INTHIST(NK,STR(i),PSI(i),L(i),IL,IR,DI,PST,N)
!-----
! Викликали для виконання процедури INTHIST, яка забезпечує
інтерполяцію
! за NK-м рядком таблиці PST: за біжучим значенням струму STR(i)
! знаходить значення поточкозчеплення PSI(i) та індуктивності L(i)
!-----
  end do
  return
!-----
! працюємо з граничною петлею
  3 NK=3
!---- почнемо обхід з точки Nmin і починаємо з нижньої гілки
  do i=Nmin,M
    Call INTHIST(NK,STR(i),PSI(i),L(i),IL,IR,DI,PST,N)
    If(NK.eq.3.and.STR(i).gt.IR) NK=1
!---- перескочили на верхню гілку
    If(NK.eq.1.and.STR(i).lt.IL) NK=3
!---- перескочили на нижню гілку
  end do
!-----
! Обійдемо вузли, що залишились: від 1-го до Nmin-1
  do I=1,Nmin-1
    Call INTHIST(NK,STR(i),PSI(i),L(i),IL,IR,DI,PST,N)
    If(NK.eq.3.and.STR(i).gt.IR) NK=1
    If(NK.eq.1.and.STR(i).lt.IL) NK=3
  end do
  return
  end subroutine HISTPER
!-----

```

У разі створення математичної моделі періодичного процесу нелінійного кола, що містить нелінійні гістерезисні індуктивні елементи, з використанням

наведеного у [3] програмного забезпечення і процедури HISTPER доцільно передбачити, щоб для визначення початкового наближення розв'язку, яке шукають за методом h -характеристики (змушувальна сила є пропорційною до параметра h , який змінюється від 0 до 1) була використана тільки головна гілка петлі характеристики намагнічування (тобто індуктивний елемент на цьому етапі розрахунку вважали безгістерезисним), а в разі уточнення розв'язку за методом Ньютона – враховано реальний зв'язок між ψ та i індуктивного елемента, тобто всі гілки петлі.

Звичайно ітераційний процес уточнення, як засвідчила практика, є збіжним. Якби в окремих випадках виникали труднощі зі збіжністю, то для їхнього подолання можна рекомендувати в ході ітерацій для уточненні розв'язку за методом Ньютона поступово розширювати петлю гістерезису від нульової (верхня гілка і нижня гілка зливаються з основною) до повної граничної петлі.

З використанням описаної вище процедури HISTPER і наведеного у [3] програмного забезпечення диференційного гармонічного методу розраховано періодичні процеси у декількох схемах з гістерезисними індуктивними елементами. На рис. 2 показано результати розрахунку в одній зі схем.

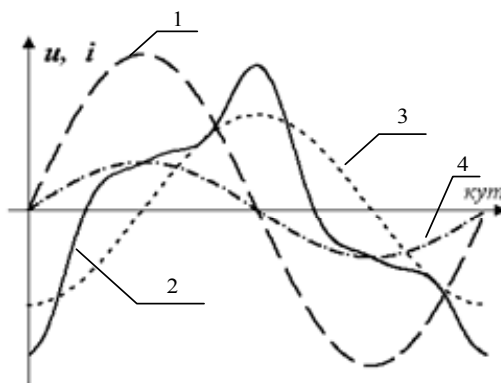


Рис. 2. Напруга і струми на періоді: 1 – прикладена до гістерезисної індуктивності напруга (практично чиста синусоїда); 2 – струм гістерезисної індуктивності (у цьому періодичному процесі $i_{\min} < i_L$ і $i_{\max} > i_R$); 3 – реактивна складова (косинусна) першої гармоніки струму; 4 – активна складова (синусна) першої гармоніки струму.

Виконані розрахунки засвідчили, що математична модель періодичного процесу з використанням запропонованої МНП гістерезисної індуктивності є достатньо адекватною щодо оригіналу. Зокрема, підтверджено, що гістерезисна індуктивність споживає не тільки чисто реактивний струм намагнічування, який на $\pi/2$ відстає від прикладеної напруги, а й активний струм, що зумовлює втрати на гістерезис (внутрішнє тертя магнітних доменів). Також доведено, що розрахункові втрати на гістерезис є пропорційними до площі петлі гістерезису.

1. Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи. М.: Высш. школа, 1977. 343 с.
2. Глухівський Л.И. Расчет периодических процессов электротехнических устройств (дифференциальный гармонический метод). Львов: Вища школа, 1984. 164 с.
3. Глухівський Л.Й. Періодичні процеси у нелінійній електротехніці (диференційний гармонічний метод і його програмне забезпечення). К.: Альфа Пік, 2005. 159 с.
4. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Нелинейные цепи. М.: Высш. школа, 1977. 272 с.

ALGORITHM OF A MATHEMATICAL MODEL OF A NON-LINEAR HYSTERESIS INDUCTIVE ELEMENT IN PERIODICAL PROCESS

L. Glukhivskiy

*Ukrainian Industrial Property Institute
Hlazunova str., 1, Kyiv 01601, Ukraine
lev_glukhivskiy@ukrpatent.org*

An algorithm of creation of a mathematical model of a non-linear hysteresis inductive element procedure is suggested. The realization of the algorithm by computer procedure using FORTRAN-90 language is executed. The results of the periodical process calculation in a circuit comprising hysteresis inductance are presented.

Key words: algorithm, mathematical model, periodical process, non-linear hysteresis inductance.

Стаття надійшла до редколегії 28.10.2006
Прийнята до друку 30.12.2006