

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ І ПРИСТРОЇВ

УДК 621.37/075.8

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ НИТКОПОДІБНИХ МОДЕЛЕЙ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ

Й. Захарія

*Національний університет "Львівська політехніка"
вул. С. Бандери, 12, Львів 79013, Україна*

Розглянуто вимоги до використання ниткової моделі в прикладних електродинамічних задачах. На числових прикладах зроблено порівняння двох способів розташування ниток моделі. З'ясовано питання адекватності ниткоподібної моделі для металевої (провідної) структури. Як приклад структури взято збуджувач хвилеводу.

Ключові слова: моделювання нитками струму, збуджувач хвилеводу.

Ниткоподібна фізична модель електродинамічної структури замінює реальний розподіл струмів на провідних тілах системою ниток електричного, або магнітного, струму [1, 3, 5]. Такі моделі дають змогу врахувати як лінійні, так і поверхневі, або об'ємні, струми [4, 9]. Полем ниток струму моделюють також розподіл поля в діелектричних структурах [1, 6, 9]. Невідомі струми ниток моделі знаходять прямими методами, зокрема на підставі формування і розв'язування системи лінійних алгебричних рівнянь [1]. За допомогою ниткоподібних моделей можна уникнути впливу сингулярності функцій Гріна, розв'язати проблему некоординатності задачі, коли поле в структурі та геометрія структури описувані в різних системах координат, і цим спростити розв'язання задачі.

Незважаючи на зручність використання ниткоподібних моделей, вони замінюють гладкий розподіл струмів на поверхнях провідних структур дискретними значеннями струмів ниток моделі. Ця природна властивість ниткоподібних моделей є причиною деякої залежності результату аналізу від кількості і взаємного розташування ниток моделі. Надійний результат аналізу можна отримати лише в разі дотримання певних принципових вимог до їхнього застосування. Для ілюстрації таких вимог нижче використаємо структуру збуджувача прямокутного хвилеводу з циліндричним випромінювачем. Такій структурі присвячено багато публікацій, але завжди уведено певні обмеження, які частково можна зняти застосуванням ниткоподібної моделі. Лише на підставі ниткоподібної моделі можливо врахувати, наприклад, нерівномірність розподілу струму по периметру випромінювача [4]. Ниткоподібна модель дає змогу

розглядати і нерегулярні випромінювачі, що не завжди можливе за допомогою інших методів. Правда, аналіз структури на підставі ниткоподібної моделі може бути громіздкий.

Нижче наведемо рекомендації щодо використання ниткоподібної моделі, отримані з досвіду застосування таких моделей.

1. Високопровідні структури найчастіше вважають ідеально провідними, що дає змогу використати нульові граничні умови на їхніх поверхнях.

2. Нитки електричного (магнітного) струму, як звичайно, прокладають паралельно до реальних струмів у структурі. У нашому прикладі нитки електричного струму паралельні до осі циліндричного провідника випромінювача (вісь x). Однак залежно від структури живлення випромінювача на його поверхні можуть виникати поперечні електричні струми (у напрямі координат y, z). Справді, поле в апертурі живлення створює поперечні складові векторного потенціалу електричного поля A_{xy}, A_{xz} . Вони, як відомо, визначають поперечні напруженості магнітного поля, що супроводжують струми в напрямі координати x . Однак відповідно до взаємозв'язків

$$H_x = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \frac{\partial^2 A_{xy}}{\partial y \partial x}; \quad H_x = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \frac{\partial^2 A_{xz}}{\partial z \partial x} \quad (1)$$

можуть виникати напруженості магнітного поля в напрямі координати x , що супроводжують поперечні електричні струми, а також поперечні складові напруженостей електричного поля E_y, E_z . Векторний потенціал магнітного поля A_x , що супроводжує поздовжні струми в провіднику, відповідно до виразів

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial y}; \quad E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}, \quad (2)$$

також може створювати поперечні електричні напруженості E_y, E_z . На поверхні ідеального провідника граничні умови ($E_y = 0; E_z = 0$) формують рівняння для знаходження поперечних струмів. Отже, в загальному випадку ниткова модель струмів на поверхні випромінювача у хвилеводі має вигляд сітки. Нехтувати поперечними струмами можна у випадку тонких провідників випромінювача за малої площі апертури в структурі його живлення.

3. Ниткоподібна модель покликана, передусім, усунути вплив сингулярності функції Гріна, як це зrealізовано вже в першій моделі циліндричного провідника невеликого діаметра (R. King). Щодо нашого прикладу зазначимо, що напруженості поля, збудженого у хвилеводі, записують нескінченними, швидкозбіжними рядами. В умовах сингулярності, коли точка поля близька або збігається з точкою джерела поля, ці ряди стають розбіжними. У разі використання ниткоподібних моделей намагаються збільшити відстань між згаданими точками. Початково нитки струму і точки поля, у яких задовольняються граничні умови, вибирали на поверхні циліндричного провідника випромінювача [3, 4]. Струм у провіднику випромінювача дорівнює тоді сумі струмів ниток моделі. Однак адекватність моделі потребує збільшення кількості ниток, що

приводить до зменшення відстаней між нитками струму і точками поля. Отже, збільшення кількості ниток струму в моделі потребує перевірки збіжності відповідних одинарних і подвійних рядів, суми яких найчастіше не вдається знайти аналітично.

Аналіз праць [5, 7] засвідчує, що ефективнішим є розташування ниток моделі всередині провідника випромінювача на радіусі 0,6–0,9 від радіуса провідника a . Струми ниток моделі знаходять відповідно до граничних умов на поверхні провідника. Загальний струм провідника визначають дотичною складовою напруженості магнітного поля, сформованого нитками струму відповідно до граничної умови

$$I_x = \oint_l [\bar{n}\bar{H}] d\bar{l} . \quad (3)$$

Вище векторний добуток одиничного вектора нормалі до циліндричної поверхні провідника (\bar{n}) і сумарної магнітної напруженості поля ниток визначає дотичну складову цієї напруженості (H), і, відповідно, поверхневу густину струму. Загальний струм провідника заданий лінійним інтегралом по контуру периметра провідника випромінювача (I). Очевидною є більша громіздкість застосування моделі останнього типу, однак поліпшується збіжність згаданих вище рядів, а густину струму можна визначити як неперервну функцію координати периметра провідника випромінювача. Тому такий спосіб моделювання потребує меншої кількості ниток моделі. Загальний струм провідника мало залежить від розташування ниток моделі в перерізі провідника, а також від кількості ниток струму [5, 7, 8]. Намагання збільшувати кількість ниток моделі може погіршувати збіжність рядів, а також стійкість розв'язків. За малої кількості ниток моделі виявляється дискретність моделі

4. У випадку симетрії електродинамічної структури симетричними є і значення струмів у нитках моделі цієї структури. Тоді зменшується кількість невідомих струмів. Якщо симетрія є щодо однієї осі, то кількість невідомих струмів зменшується удвічі, а в разі симетрії щодо двох осей – у чотири рази. Водночас зменшується кількість точок у нашому прикладі на периметрі циліндричного провідника випромінювача, у яких треба забезпечити граничні умови. Завдяки симетрії точки поля можна вибирати на половині периметра провідника випромінювача. Однак у цьому випадку виникає певна неоднозначність вибору згаданих точок, яка дещо впливає на результат аналізу. Цей вплив тим менший, чим більшу кількість ниток застосовано в моделі.

5. Для заданої кількості ниток моделі можливе таке їхнє розташування, що розв'язок системи лінійних рівнянь є нестійким. Можна перевіряти зумовленість системи рівнянь або застосовувати методи регуляризації, але звичайно розв'язок системи свідчить про нестійкий результат. Система рівнянь стає погано зумовленою також у разі недостатньої точності розрахунку числових значень (кількість цифрових знаків або обмеження членів суми). Недостатня зумовленість системи рівнянь часто спричинює негладкий (зубчастий) розрахований розподіл густини струму. Такий характер мають результати розрахунку, якщо відповідні шукані величини в загальному випадку не виражені стаціонарними функціоналами. У ниткових моделях точки поля розташовують посередині між точками розташування ниток струму. Якщо в цьому разі виникає нестійкість

системи рівнянь, то достатньо незначно змінити розташування ниток моделі або точок поля, і відповідна система стає стійкою. Однак таке зміщення повинно бути мінімальним, бо в протилежному випадку розв'язок головно визначений струмами, ближче розташованими до точки поля.

6. Під час формування математичної моделі електродинамічної задачі поздовжній розподіл струму нитки апроксимують, як відомо, повними й ортогональними системами функцій [1]. У цьому разі враховують нульові або ненульові крайові умови на кінцях нитки. Очевидно, що в останньому випадку збільшується кількість невідомих струмів і, відповідно, порядок системи рівнянь. Для апроксимації розподілу струму використовують різні повні й ортогональні системи функцій, зокрема вейвлет-функції (wavelet) [7, 9], які зручні для аналізу поля в неоднорідних середовищах [9]. Поздовжній розподіл струму в паралельних нитках моделі треба вважати неоднаковим і окремо моделювати.

7. Ниткоподібні моделі часто дають змогу вирішити проблему некоординатності електродинамічної задачі, коли поле задане в одній, а струми джерел поля в іншій системі координат. Така ситуація є і в нашому прикладі, якщо живлення випромінювача забезпечує кільцева апертура, а поле у хвилеводі розглядають у прямокутній системі координат. Для регулярного циліндричного провідника випромінювача в разі його живлення коаксіальною лінією така проблема розв'язана без урахування впливу нерівномірності розподілу густини струму по периметру провідника випромінювача [10]. Однак у випадку нерегулярної структури провідника випромінювача ця проблема залишається. В праці [2] запропоновано її розв'язання на підставі застосування ниткоподібної моделі. Магнітні струми в кільцевій апертурі живлення випромінювача відображають системою колових ниток магнітного струму. Відомо, що за однакових електричних моментів колового і квадратного витків випромінюване ними поле однакове. Практично однаковим є також поле в центральній частині площі витків. Водночас квадратний виток є координатною структурою в аналізі поля у прямокутному хвилеводі. Сумарне поле кільцевої апертури дорівнює сумі полів усіх ниток ниткоподібної моделі магнітного струму в апертурі живлення випромінювача. У відомих публікаціях поле некоординатного елемента у хвилеводі визначають як у вільному просторі або намагаються модифікувати необхідну функцію Гріна [4]. Адекватність такого підходу є дискусійною. Згадана вище ниткоподібна координатна модель передбачає використання стандартної функції Гріна відповідного хвилеводу.

Ниткоподібна модель. На прикладі ниткоподібної моделі циліндричного випромінювача в структурі збуджувача TE_{10} хвилі у прямокутному хвилеводі нижче числовим методом розглянуто питання вибору кількості ниток моделі.

Робочу довжину хвилі (λ) нормовано щодо ширини хвилеводу A ($q = \frac{\lambda}{2A} = 0,7$).

Висота перерізу хвилеводу B у нормованому записі $\zeta = \frac{B}{A} = 0,44$. Висота

випромінювача h менша від висоти перерізу хвилеводу $v = \frac{h}{B} = 0,7$. Щодо

ширини хвилеводу пронормовано радіус провідника випромінювача a та відстань

його розташування від бокової стінки d : $\sigma = \frac{a}{A} = 0,1$; $\delta = \frac{d}{A} = 0,4$.

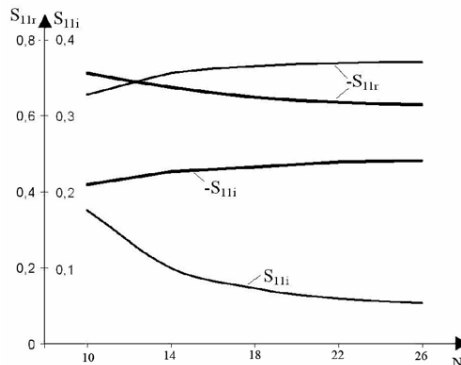


Рис. 1. Залежність коефіцієнта відбиття від кількості ниток моделі N (грубі лінії для $\sigma = 0,1$, тонкі лінії для $\sigma = 0,15$).

Від кількості ниток моделі циліндричного провідника N залежить результат аналізу, однак за достатньо високого N ця залежність практично зникає. На рис. 1 показано залежність коефіцієнта відбиття $(S_{11} + S_{11r} + jS_{11i})$ від кількості ниток моделі у випадку закорочення основи випромінювача на широку стінку хвилеводу у площині $x=0$. Нитки поздовжнього струму моделі розташовано на поверхні циліндричного провідника випромінювача. Очевидно, у цьому випадку струми ниток не є симетричні щодо координати ширини хвилеводу y . Природно, що зі збільшенням радіуса провідника σ модуль коефіцієнта відбиття зростає. Характерно, що в цьому разі практично незалежно від радіуса випромінювача дійсна й уявна частини коефіцієнта відбиття стабілізуються при $N > 15$.

Нитки струму моделі розташовано на поверхні провідника, і вдруге – усередині провідника випромінювача на периметрі кола з радіусом $0,7a$. Для обох методів моделювання забезпечено симетрію значень струмів ниток моделі щодо осі y . Отримані значення вхідного імпедансу, визначеного в площині $x=0$, практично збігаються при $N > 15$. Це стосується як дійсної, так і уявної частин імпедансу.

На рис. 2 підтверджено, що в разі розташування ниток моделі всередині провідника стабільний результат досяжний за приблизно на одну третину меншої кількості ниток моделі. Важливо наголосити, що наведені дані числових експериментів залежні від інших параметрів структури, вплив яких тут не розглядали. Можна, однак, вважати, що розташування ниток моделі всередині провідника випромінювача не дає суттєвих переваг, передусім тому, що потребує додаткового розрахунку напруженостей магнітного поля ниток моделі, а кількість необхідних ниток моделі в обох способах мало відрізняється.

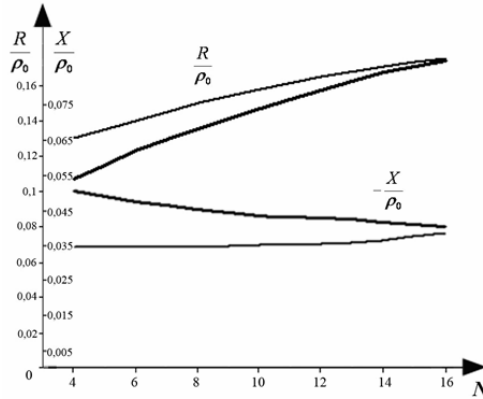


Рис. 2. Залежність вхідного імпедансу Z/ρ_0 від кількості ниток моделі N для $\sigma = 0,1$ (грубі лінії – нитки моделі на поверхні, тонкі – всередині провідника випромінювача).

Суттєвий вплив на результат аналізу має функція апроксимації розподілу поздовжнього струму випромінювача. Нижче у таблиці наведено порівняльні значення коефіцієнта відбиття від циліндричного випромінювача, закороченого на широку стінку прямокутного хвилеводу S_{11} . Нитки моделі розташовано на поверхні випромінювача. Розподіл струму ниток апроксимовано:

- 1) першою гармонікою суми гармонічних функцій (4а) – графа 2 в таблиці;
- 2) першою і третьою гармонікою цієї системи – графа 3;
- 3) частотно залежною функцією (4б) – графа 4;

$$I_x = I_{m1} \sin\left(\frac{\pi}{2h}(h-x)\right) + I_{m3} \sin\left(\frac{3\pi}{2h}(h-x)\right); \quad (4a)$$

$$I_x = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(h-x)\right). \quad (4b)$$

Достовірним значенням коефіцієнта відбиття треба вважати визначене для $N=18$ у графі 3, тобто з урахуванням розподілу струму згідно з функцією (4а). Дані таблиці свідчать про такі особливості застосування ниткоподібного моделювання.

1. Застосування теорії тонкого провідника з ниткою струму ($N=1$), розташованою на осі випромінювача, незалежно від функції розподілу струму в цьому випадку ($\sigma=0,1$) веде до завищеного значення коефіцієнта відбиття і неправильного знака його уявної частини.

2. Збільшення кількості ниток моделі $N>1$ незалежно від функції розподілу струму знижує дійсну й уявну частини коефіцієнта відбиття. У цьому разі вже за малих N ($N=6$) отримуємо правильний знак уявної частини коефіцієнта відбиття практично незалежно від функції розподілу струму.

3. Апроксимація розподілу струму частотно залежною функцією (графа 4) забезпечує правильний знак уявної частини коефіцієнта відбиття, але зі збільшенням N дає занижені його значення.

4. До занижених значень S_{11} приводить використання лише основної гармоніки повної системи функцій (графа 2), а за низьких N може виникати неправильний знак уявної частини S_{11} .

5. Урахування третьої гармоніки розподілу струму (графа 3) дещо підвищує значення коефіцієнта відбиття.

Умови моделювання і значення коефіцієнта відбиття (S_{11})

N	I_x за формулою (4а), перша гармоніка	I_x за формулою (4а), перша і третя гармоніки	I_x за формулою (4б)
1	-0,926-j0,144	-0,967-j0,078	-0,914-j0,16
6	-0,893-j0,110	-0,812+j0,244	-0,806+j0,089
12	-0,800+j0,070	-0,843+j0,126	-0,753+j0,039
18	-0,781+j0,059	-0,832+j0,112	-0,711+j0,024

Збільшення кількості гармонік дає коливання S_{11} , які зменшуються зі збільшенням номера гармоніки.

Отже, за допомогою ниткоподібної моделі можна отримати задовільні результати в разі забезпечення додаткових вимог, коротко з'ясованих вище. Перевірка рівня забезпеченості таких вимог є, звичайно, громіздкою і потребує додаткових процедур. У випадку забезпечення таких вимог достовірність отриманого результату тим вища, чим більше ниток моделі використано в аналізі та чим більше враховано гармонік розподілу струму. Спосіб ниткоподібного моделювання практично не має суттєвого впливу на результати аналізу. Наголосимо, однак, що у випадку металевих надвисокочастотних структур лише ниткоподібна модель є найбільше універсальною в разі розв'язування прикладних задач електродинаміки.

1. *Захарія Й.А.* Методи прикладної електродинаміки. Львів: Бескид-Біт, 2003. 352 с.
2. *Захарія Й.А.* Вплив структури живлення на випромінювання збуджувачів електромагнітних хвиль // Вісн. НУ "Львів. політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації. 2005. № 534. С. 69–74.
3. *Модель А.М., Савицький А.Ю.* Дифракція волни Н10 прямокутного волновода на решетке круглих індуктивних стержней // Радиотехника. 1986. № 4. С. 13–18.
4. *John M. Jarem.* A multifilament method-of-moments solution for the input impedance of a probe-excited semi-infinite waveguide // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 1987. Vol. MTT-35. N 1. P. 14–19.

5. *Yehuda Leviatan, Der-Hua-Shau, Arlon T.* Numerical study of the current distribution on a post in rectangular waveguide // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 1984. Vol. MTT-32. N 10. P. 1411–1415.
6. *Yehuda Leviatan, Gad S. Sheaffer.* Analysis of inductive dielectric posts in rectangular waveguide // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 1987. Vol. MTT-35. N 1. P. 48–59.
7. *Yehuda Leviatan, Ping G. Li, Arlon T. Adams.* Single-post inductive obstacle in rectangular waveguide // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 1983. Vol. MTT-31. N 10. P. 806–812.
8. *Yehuda Leviatan, Ping G. Li, Arlon T. Adams.* Single-post inductive obstacle in rectangular waveguide // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 1983. Vol. MTT-31. N 10. P. 806–812.
9. *Zakharia Y.A.* Filament model of inhomogeneous medium for electric field distribution analysis on wavelet basis // International 9- th conf. Mixed design of integrated circuits and systems MIXDES 2002. Wroclaw, Poland, 20–22 June 2002. P. 231–234.
10. *Williamson A.G., Otto D.V.* Cylindrical antenna in a rectangular waveguide driven from a coaxial line // Electron. Lett. 1972. Vol. 8. P. 545–547.

PROPERTIES OF CURRENT-FILAMENT MODELING USED FOR ELECTRODYNAMIC PROBLEMS SOLUTION

Y. Zakharia

*Lviv Polytechnic National University
Bandera Str., 12, Lviv, 79013, Ukraine*

The requirements for use of filament model in applied electrodynamic problems solution are considered. On numerical examples the comparison for two methods of model filament arrangement is made. The adequacy of modeling by current filaments for conducting structure is discussed. As structure example the waveguide exciter is used.

Key words: current-filament modeling, waveguide exciter.

Стаття надійшла до редколегії 20.10.2006
Прийнята до друку 30.12.2006