

УДК 621.313.33

## ЗАСТОСУВАННЯ ДІАКОПТИЧНОГО ПІДХОДУ ДО РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У СКЛАДНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З ДОВГИМИ ЛІНІЯМИ

П. Стахів, С. Рендзіняк, А. Коруд

*Національний університет "Львівська політехніка"  
вул. С. Бандери, 12, Львів 79013, Україна*

Розглянуто проблему розрахунку перехідних процесів у складних електричних колах, які містять елементи різної фізичної природи, з використанням діакоптичного підходу. Кожен фрагмент кола зображено у вигляді підсхеми, яку описано відповідною математичною моделлю. Змодельовано перехідний процес методом роздільного інтегрування з урахуванням зв'язку між підсхемами на кожному часовому інтервалі. Наведено приклади розрахунку лінійних та нелінійних кіл з довгими лініями.

*Ключові слова:* діакоптика, метод роздільного інтегрування, перехідний процес, довга лінія.

Сучасний етап розвитку систем проектування та аналізу складних неоднорідних систем характеризує максимальна універсальність щодо класу модельованих систем. У цьому разі виникає суперечність між універсальністю та особливостями використання певних числових методів. Нові системи моделювання використовують одні програмні засоби для аналогових систем, інші – для цифрових [2, 3].

Ми мали на меті розробити засоби моделювання розширеного класу систем, які містять також компоненти з розподіленими параметрами.

Під час побудови математичної моделі неоднорідної електричної системи класичними методами для кожної компоненти, зокрема, записують рівняння рівноваги, що формують цілісну математичну модель. Тоді рівняння макромоделі підсхеми відомими методами можна записати у вигляді

$$F_k(X_k, V_k, t) = 0, \quad (1)$$

яке трансформується в систему звичайних диференціальних рівнянь певного порядку; тут  $X_k$  – вектор внутрішніх змінних;  $V_k$  – вектор зовнішніх змінних;  $k$  – номер підсхеми.

Проте в деяких спеціальних випадках для дослідження поведінки електромеханічної системи з урахуванням хвильових ефектів необхідно створити математичну модель, яка б відповідала її фізичній природі та описувала її

внутрішні процеси. Наприклад, для підсхем із зосередженими параметрами математичну модель формулюють або в формі Коші

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t), \quad X(t_0) = X_0, \quad t \in [t_0, T], \quad t_0 < T, \quad (2)$$

або в неявній формі

$$F\left(\frac{dX}{dt}, X, t\right) = 0.$$

Підсистему з розподіленими параметрами описують системою диференціальних рівнянь у частинних похідних, які належать до класу рівнянь гіперболічного типу. У матричній формі рівняння такого типу мають вигляд

$$\mathbf{A} \frac{\partial X}{\partial t} + \mathbf{B} \frac{\partial X}{\partial s} + \mathbf{D}X = 0; \\ X(t_0, s) = X(s), \quad X(t, s_0) = X(t). \quad (3)$$

Розрахунок перехідних процесів згаданих вище неоднорідних систем з урахуванням фізичних особливостей, що визначають поведінку таких систем, є – проблема актуальна, оскільки універсальних методів не існує.

*Застосування методу роздільного інтегрування.* Ми пропонуємо використати діакоптичний метод роздільного інтегрування підсхем з уведенням фіктивних джерел енергії  $V$  [1]. У цьому випадку вихідну неоднорідну систему можна зобразити так, як показано на рис. 1.

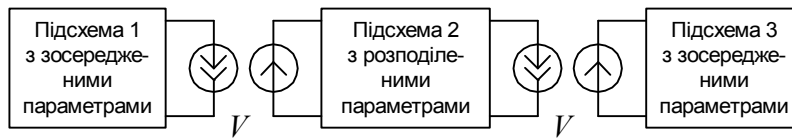


Рис. 1. Зв'язок підсхем за допомогою додаткових джерел енергії.

Суть методу роздільного інтегрування полягає в тому, що кожному підсхемі  $i$ , відповідно, кожну систему рівнянь математичної макромоделі дискретизують та інтегрують окремо методами, що відповідають їхньому математичному типу. Наприклад, першу підсхему з зосередженими параметрами описує система рівнянь типу (2) з незалежними зовнішніми змінними  $V$ :

$$\frac{dX_1}{dt} = f_1(X_1, V, t).$$

Для врахування зв'язків підсхем необхідно додатково сформулювати вихідні рівняння для кожної з них. Практично для першої (чи третьої) підсхеми вихідні рівняння можна записати так:

$$Y_1 = g_1(X_1, V).$$

Інтервал часу інтегрування  $H_n$ , який, як звичайно, дорівнює найбільшому з кроків інтегрування підсхем, називають *кроком їхнього узгодження*. Отже, в момент часу  $t_n+H_n$  відбувається розв'язування рівнянь зв'язку

$$V = g(Y_1, Y_2, Y_3),$$

тобто узгодження відповідних зовнішніх змінних  $V$ . Можна також стверджувати, що крок узгодження є кроком моделювання цих змінних. На рис. 2 зображена графічна інтерпретація кроку узгодження та кроку інтегрування підсхем.

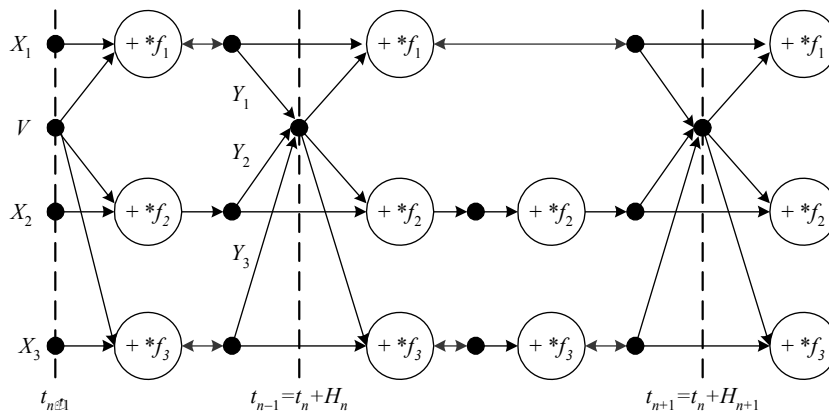


Рис. 2. Графічна інтерпретація процесу узгодження підсхем.

Перевагою цього методу є можливість використання для розрахунку підсистем числових методів, які допомагають найефективніше розв'язати цей тип рівнянь. Оскільки метод роздільного інтегрування підсхем паралельний за природою, то він дає змогу будувати ефективні системи моделювання з використанням паралельних обчислювальних комплексів.

*Підсистеми з розподіленими параметрами.* Як засвідчили результати дослідження методів числового розв'язування рівнянь гіперболічного типу, доцільно використовувати двошаровий явний сітковий метод Лакса [4], що має певні властивості, придатні для його використання в методі роздільного інтегрування:

- хорошу точність та стійкість за стрибкоподібної зміни крайових умов;
- можливість визначення крайових умов та отримання результатів з певною дискретністю.

Розрахункові формули, використані для інтегрування підсистеми з розподіленими параметрами, такі:

$$u_t^s = \frac{\Delta t}{2c_0 \Delta s} (i_{t-1}^{s-1} - i_{t-1}^{s+1}) + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{g_0 \Delta t}{c_0} \right) (u_{t-1}^{s-1} + u_{t-1}^{s+1});$$

$$i_t^s = \frac{\Delta t}{2l_0 \Delta s} (u_{t-1}^{s-1} - u_{t-1}^{s+1}) + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r_0 \Delta t}{l_0} \right) (i_{t-1}^{s-1} + i_{t-1}^{s+1}),$$

$$t \in [t_0, T], s \in \overline{1, k}.$$

Очевидно, що параметри фіктивних джерел як зовнішні координати залежать від крайових умов внутрішніх змінних  $u_t^0, i_t^0, u_t^{k+1}, i_t^{k+1}$ .

**Приклади.** Наведемо переваги запропонованого підходу на прикладі розрахунку перехідних процесів у лінії електропередавання, навантаженій  $RC_2$ -ланкою. До входу цієї лінії приєднано джерело напруги з внутрішнім реактивним елементом, наприклад, конденсатором  $C_1$ . Отже, електрична схема такої системи має структуру, показану на рис. 1. Часові діаграми перехідного процесу, а саме: напруги конденсаторів, вихідну напругу та вхідний струм довгої лінії, відображено на рис. 3.

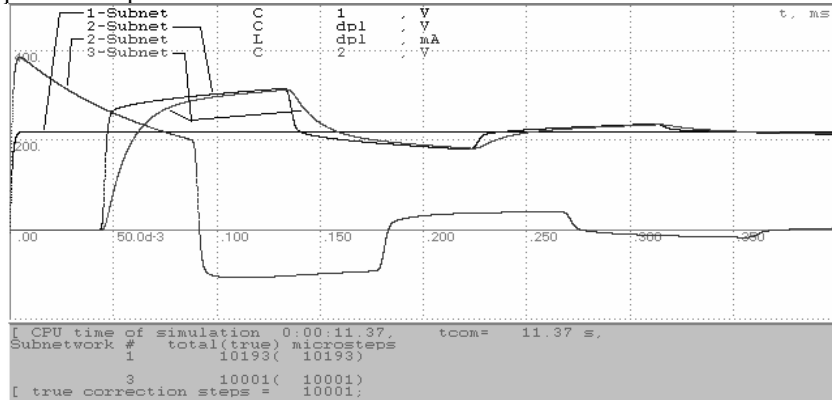


Рис. 3. Перехідні процеси в лінії електропередавання.

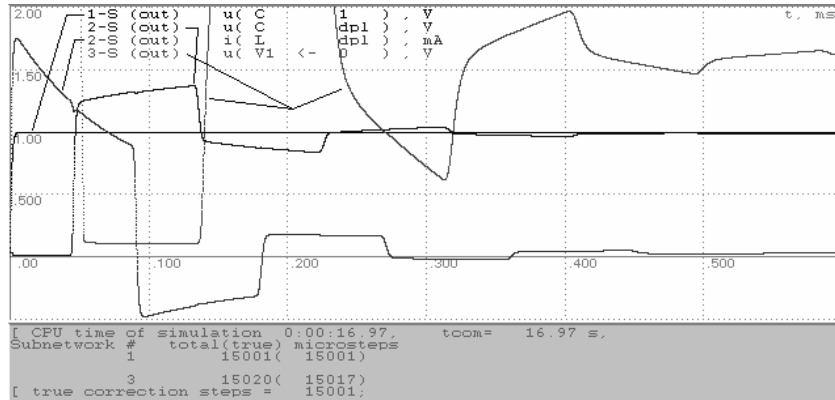


Рис. 4. Перехідні процеси в телефонній лінії.

У другому прикладі досліджено перехідні процеси в телефонній лінії, навантаженій на нелінійний підсилювач напруги  $V_1$ . Зазначимо про великий вплив вихідного імпульсу на вхідний струм довгої лінії (див.  $i(L db1)$  при  $t=0,040$  ms, рис. 4).

Отже, наведені результати підтверджують можливість аналізу перехідних процесів у складних нелінійних колах, які складаються з підсистем різноманітної фізичної природи. З іншого боку, розміщення точок узгодження підсистем на часовій осі залежить від найповільнішої з них. Такою підсистемою може бути як підсхема з зосередженими параметрами, так і підсхема з розподіленими параметрами.

Наголосимо, що проблема стійкості, головню, залежить не стільки від наявності зворотного зв'язку всередині підсхем, скільки від зворотних зв'язків між ними. У цьому сенсі описана задача стійка в широких межах необхідної точності отриманих результатів.

1. *Стахив П.* Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополосниками. Львов, 1988. 154 с.
2. *Petcu D.*, Parallelism in solving ordinary differential equations. 1998. 232 p.
3. *Puhan J., Tuma T.* Optimization of Analog Circuits with SPICE 3F4. Proceedings, European Conference on Circuit Theory and Design. Budapest, 1997. P. 177–180.
4. *William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery.* Numerical Recipes. Cambridge, 1992.

#### ANALYSIS OF ELECTRIC CIRCUITS TRANSIENT PROCESS WITH COMPONENTS DESCRIBED BY DISCRETE PARAMETERS

**P. Stakhiv, S. Renzinyak, A. Korud**

*Lviv Polytechnic National University  
Bandera Str., 12, Lviv 79013, Ukraine*

The problem of transient processes calculation in complex electric circuits consisting of elements with different physical nature using diakoptic approach is considered. Each element is presented as subsystem with its own mathematical model. Simulation of transient process is conducted using multirate method with estimation of interrelation between subcircuits in some time moments. Examples of calculation of linear and nonlinear circuit which contains long line are presented.

*Key words:* diakoptic, multirate method, subcircuit, transient simulation, long line.

Стаття надійшла до редколегії 20.06.2005

Прийнята до друку 01.09.2005