

УДК 621.313.32

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ НЕЯВНОПОЛЮСНОГО СИНХРОННОГО
ГЕНЕРАТОРА З УРАХУВАННЯМ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТУ
ЧАСТИНА 2**

М. Говикович

*Національний університет „Львівська політехніка”
вул. С. Бандери, 12, Львів 79013, Україна
e-mail howygowycz@ieee.org*

Запропоновано нелінійну математичну модель для розрахунку перехідних процесів трифазного неявнополюсного синхронного генератора з урахуванням ексцентриситету та змінного насичення магнетопроводу. Сформовано єдину систему інтегро-диференціальних рівнянь електричного, механічного та магнетного стану, на підставі розв'язання якої уточнено положення нелінійної теорії електричних машин з урахуванням ексцентриситету.

Ключові слова: неявнополюсний генератор, ексцентриситет, змінне насичення, нелінійність.

Єдина система інтегро-диференціальних рівнянь електричного, механічного та магнетного стану. Продовжимо виклад розв'язування задачі розрахунку перехідних процесів з урахуванням ексцентриситету стосовно до неявнополюсного трифазного синхронного генератора з трьома контурами на роторі – обвиткою збудження та поздовжнім і поперечним демпферними контурами.

Математична модель перехідних процесів такого генератора, отримана в частині 1 [1], складається умовно з таких частин.

А. Крайова задача розрахунку магнетного поля.

$$H_c = H_c[B_c]; \quad (1)$$

$$H_p = H_p[B_p]; \quad (2)$$

$$F_z = F_z[B]; \quad (3)$$

$$F_\delta = \rho_\delta[\alpha]B; \quad (4)$$

$$dF_z / d\alpha + dF_\delta / d\alpha - H_c R_c + H_p R_p + N_a i_a \sin p\alpha + N_b i_b \sin(p\alpha - 2\pi/3) +$$

$$+ N_c i_c \sin(p\alpha + 2\pi/3) + N_f i_f \sin p(\alpha - \gamma) + N_d i_d \sin p(\alpha - \gamma) +$$
$$+ N_q i_q \sin(p(\alpha - \gamma) - \pi/2) = 0; \quad (5)$$

$$dB_c / d\alpha = c_c B; \quad (6)$$

$$B_p = B_0 - cB_c; \quad (7)$$

$$\int_0^{2\pi} H_c d\alpha = 0; \quad (8)$$

$$B[\alpha] = B[\alpha + 2\pi]; \quad B_c[\alpha] = B_c[\alpha + 2\pi]; \quad B_p[\alpha] = B_p[\alpha + 2\pi]; \quad (9)$$

$$\psi_a = L_{saa}i_a + L_{sab}i_b + L_{sac}i_c + c_a \int_0^{2\pi} B_c \sin p\alpha d\alpha; \quad (10)$$

$$\psi_b = L_{sba}i_a + L_{sbb}i_b + L_{sbc}i_c + c_b \int_0^{2\pi} B_c \sin(p\alpha - 2\pi/3) d\alpha; \quad (11)$$

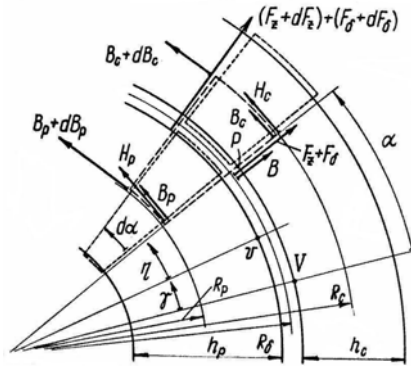
$$\psi_c = L_{sca}i_a + L_{scb}i_b + L_{scc}i_c + c_c \int_0^{2\pi} B_c \sin(p\alpha + 2\pi/3) d\alpha; \quad (12)$$

$$\psi_f = L_{sff}i_f + L_{sfd}i_d + c_f \int_0^{2\pi} B_c \sin p(\alpha - \gamma) d\alpha; \quad (13)$$

$$\psi_d = L_{sdf}i_f + L_{sdd}i_d + c_d \int_0^{2\pi} B_c \sin p(\alpha - \gamma) d\alpha; \quad (14)$$

$$\psi_q = L_{sqq}i_q + c_q \int_0^{2\pi} B_c \sin(p(\alpha - \gamma) - \pi/2) d\alpha. \quad (15)$$

Напрями векторів магнетної індукції та напруженості магнетного поля показано на рисунку.



Сектор поперечного перерізу генератора.

$$B. \text{ Система рівнянь електричного та механічного стану} \\ d\psi / dt + \mathbf{ri} - \mathbf{u}[t] = 0; \quad (16)$$

$$d\omega / dt - J^{-1}(M + M_b[t]) = 0; \quad (17)$$

$$\omega = d\gamma / dt; \quad (18)$$

$$M = -R_\delta l_\delta \int_0^{2\pi} (i_a N_a \sin p\alpha + i_b N_b \sin(p\alpha - 2\pi/3) + i_c N_c \sin(p\alpha + 2\pi/3)) B d\alpha. \quad (19)$$

В. Початкові умови

$$i_j[t=0] = i_{j0} \quad (j = a, b, c, f, d, q); \quad \gamma[t=0] = \gamma_0; \quad \omega[t=0] = \omega_0. \quad (20)$$

Неявна електромагнетна характеристика. На базі сформульованої вище крайової задачі розрахунку магнетного поля складемо систему алгебричних рівнянь, необхідну і достатню для практичного розрахунку магнетного поля та поточкозчеплень контурів за заданих струмів та кута повороту ротора. Таку систему рівнянь називатимемо, згідно з [2], неявною електромагнетною характеристикою генератора.

Розділимо магнетопровід на інтервалі $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ рівновіддаленими за кутом α радіальними перерізами й апроксимуємо диференціальні рівняння (5), (6) та інтегральне рівняння (8) різницевиими рівняннями на сітці вузлів $\alpha_j = (2\pi/m)j$, де $j = \overline{1, m}$, користуючись для цього п'ятиточковим шаблоном. Тоді, згідно з рівняннями (5), (6), отримаємо систему

$$\begin{aligned} & ((F_{z,j-2} + F_{\delta,j-2}) - 8(F_{z,j-1} + F_{\delta,j-1}) + 8(F_{z,j+1} + F_{\delta,j+1}) - (F_{z,j+2} + F_{\delta,j+2}))h - \\ & - H_{c,j}R_c + H_{p,j}R_p + N_a i_a \sin p\alpha_j + N_b i_b \sin(p\alpha_j - 2\pi/3) + N_c i_c \sin(p\alpha_j + 2\pi/3) + \\ & + N_f i_f \sin p(\alpha_j - \gamma) + N_d i_d \sin p(\alpha_j - \gamma) + N_q i_q \sin(p(\alpha_j - \gamma) - \pi/2) = 0, \\ & (j = \overline{1, m}); \end{aligned} \quad (21)$$

$$c_c B_j = (B_{c,j-2} - 8B_{c,j-1} + 8B_{c,j+1} - B_{c,j+2})h, \quad (j = \overline{1, m}), \quad (22)$$

де $h = m/(24\pi)$; $F_{z,j}, F_{\delta,j}, B_{c,j}, B_j, H_{c,j}, H_{p,j}$ – значення змінних $F_z, F_\delta, B_c, B, H_c, H_p$ при $\alpha = \alpha_j$.

Граничні умови (9) враховані в рівняннях (21), (22) рівностями

$$\begin{aligned} & F_{z,-1} = F_{z,m-1}; \quad F_{z,0} = F_{z,m}; \quad F_{z,z+1} = F_{z,1}; \quad F_{z,m+2} = F_{z,2}; \\ & F_{\delta,-1} = F_{\delta,m-1}; \quad F_{\delta,0} = F_{\delta,m}; \quad F_{\delta,z+1} = F_{\delta,1}; \quad F_{\delta,m+2} = F_{\delta,2}; \\ & B_{c,-1} = B_{c,m-1}; \quad B_{c,0} = B_{c,m}; \quad B_{c,m+1} = B_{c,1}; \quad B_{c,m+2} = B_{c,2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для рівняння (8) маємо різницевий аналог

$$H_{c,1} + \dots + H_{c,m} = 0. \quad (24)$$

Застосування алгебричних рівнянь (1)–(4) до кожного з радіальних перерізів приводить до систем

$$H_{c,j} = H_c[B_{c,j}], \quad (j = \overline{1, m}); \quad (25)$$

$$H_{p,j} = H_p[B_{p,j}], \quad (j = \overline{1, m}); \quad (26)$$

$$F_{z,j} = F_z[B_j], \quad (j = \overline{1, m}); \quad (27)$$

$$F_{\delta,j} = \rho_{\delta,j} B_j, \quad (j = \overline{1, m}), \quad (28)$$

де $\rho_{\delta,j} = \rho_\delta[\alpha_j]$ – значення опору ρ_δ в перерізі $\alpha = \alpha_j$.

Запишемо рівняння (7) для кожного вузла, отримаємо систему

$$B_{p,j} = B_0 - cB_{c,j}, \quad (j = \overline{1, m}). \quad (29)$$

Вирази (10)–(15) поточкозчеплень контурів з урахуванням прийнятих позначень набудуть вигляду

$$\begin{aligned}
\psi_a &= L_{saa}i_a + L_{sab}i_b + L_{sac}i_c + s_a(B_{c,1} \sin p\alpha_1 + \dots + B_{c,m} \sin p\alpha_m); \\
\psi_b &= L_{sba}i_a + L_{sbb}i_b + L_{sbc}i_c + s_b(B_{c,1} \sin(p\alpha_1 - 2\pi/3) + \dots + B_{c,m} \sin(p\alpha_m - 2\pi/3)); \\
\psi_c &= L_{sca}i_a + L_{scb}i_b + L_{scc}i_c + s_c(B_{c,1} \sin(p\alpha_1 + 2\pi/3) + \dots + B_{c,m} \sin(p\alpha_m + 2\pi/3)); \\
\psi_f &= L_{sff}i_f + L_{sfd}i_d + s_f(B_{c,1} \sin p(\alpha_1 - \gamma) + \dots + B_{c,m} \sin p(\alpha_m - \gamma)); \\
\psi_d &= L_{sdf}i_f + L_{sdd}i_d + s_d(B_{c,1} \sin p(\alpha_1 - \gamma) + \dots + B_{c,m} \sin p(\alpha_m - \gamma)); \\
\psi_q &= L_{sqq}i_q + s_q(B_{c,1} \sin(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) + \dots + B_{c,m} \sin(p(\alpha_m - \gamma) - \pi/2)), \quad (30)
\end{aligned}$$

де $s_j c_j 2\pi / m = 4w_j l_c h_c k_c / m$; ($j = a, b, c, f, d, q$).

Система (21)–(29) дає змогу за заданих величин i_j, γ розрахувати розподіл магнетного поля на прийнятій сітці значень кута α – внутрішні магнетні координати $B_j, B_{c,j}, B_{p,j}, F_{z,j}, F_{\delta,j}, H_{c,j}, H_{p,j}, B_0$, а тоді за формулами (30) обчислити потокозчеплення контурів. Отже, система (21)–(30) визначає неявну електромагнетну характеристику генератора.

Для зручності подальшого викладу доцільно записати неявну електромагнетну характеристику у векторному вигляді. З цією метою сформуємо вектористовпці:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= (B_1, \dots, B_m)_t; \quad \mathbf{B}_c = (B_{c,1}, \dots, B_{c,m})_t; \quad \mathbf{B}_p = (B_{p,1}, \dots, B_{p,m})_t; \\
\mathbf{F}_z &= (F_{z,1}, \dots, F_{z,m})_t; \quad \mathbf{F}_\delta = (F_{\delta,1}, \dots, F_{\delta,m})_t; \\
\mathbf{H}_c &= (H_{c,1}, \dots, H_{c,m})_t; \quad \mathbf{H}_p = (H_{p,1}, \dots, H_{p,m})_t.
\end{aligned} \quad (31)$$

З урахуванням позначень (31) запишемо рівняння (21), (24), (22), (29), (25), (26), (27), (28), відповідно, векторними рівняннями:

$$\mathbf{D}\mathbf{F}_z + \mathbf{D}\mathbf{F}_\delta - R_c \mathbf{H}_c + R_p \mathbf{H}_p + \mathbf{n}[\gamma] \mathbf{i} = \mathbf{0}; \quad (32)$$

$$\mathbf{E}_t \mathbf{H}_c = \mathbf{0}; \quad (33)$$

$$\mathbf{B} = (1/c_c) \mathbf{D}\mathbf{B}_c; \quad \mathbf{B}_p = B_0 \mathbf{E} - c\mathbf{B}_c; \quad (34)$$

$$\mathbf{H}_c = \mathbf{H}_c[\mathbf{B}_c]; \quad \mathbf{H}_p = \mathbf{H}_p[\mathbf{B}_p]; \quad \mathbf{F}_z = \mathbf{F}_z[\mathbf{B}]; \quad \mathbf{F}_\delta = \rho_\delta \mathbf{B}, \quad (35)$$

де $\rho_\delta = \text{diag}(\rho_{\delta,1}, \dots, \rho_{\delta,m})$; $\mathbf{E} = (1, \dots, 1)_t$ вектор-стовпець розмірності m ;

$$\mathbf{n}[\gamma] = \begin{vmatrix} N_a \sin p\alpha_1 & N_b \sin(p\alpha_1 - 2\pi/3) & N_c \sin(p\alpha_1 + 2\pi/3) & N_f \sin p(\alpha_1 - \gamma) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_a \sin p\alpha_m & N_b \sin(p\alpha_m - 2\pi/3) & N_c \sin(p\alpha_m + 2\pi/3) & N_f \sin p(\alpha_m - \gamma) \\ \rightarrow & \begin{vmatrix} N_d \sin p(\alpha_1 - \gamma) & N_q \sin(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) \\ \vdots & \vdots \\ N_d \sin p(\alpha_m - \gamma) & N_q \sin(p(\alpha_m - \gamma) - \pi/2) \end{vmatrix} & \text{– матриця розмірності } m \times 6;
\end{vmatrix}$$

$$\mathbf{D} = h \begin{vmatrix} 0 & 8 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 8 \\ 8 & 0 & 8 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -8 & 0 & 8 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -8 & 0 & 8 \\ 8 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -8 & 0 \end{vmatrix} \text{ – матриця розмірності } m \times m.$$

Утворимо матрицю індуктивностей розсіяння

$$\mathbf{L}_s = \text{diag} \left(\begin{matrix} L_{saa} & L_{sab} & L_{sac} \\ L_{sba} & L_{sbb} & L_{sbc} \\ L_{sca} & L_{sbc} & L_{scc} \end{matrix}, \begin{matrix} L_{sff} & L_{sfd} \\ L_{sdf} & L_{sdd} \end{matrix}, L_{sqq} \right) \text{ і матрицю}$$

$$\mathbf{s}[\gamma] = \begin{vmatrix} s_a \sin p\alpha_1 & \dots & s_a \sin p\alpha_m \\ s_b \sin(p\alpha_1 - 2\pi/3) & \dots & s_b \sin(p\alpha_m - 2\pi/3) \\ s_c \sin(p\alpha_1 + 2\pi/3) & \dots & s_c \sin(p\alpha_m + 2\pi/3) \\ s_f \sin p(\alpha_1 - \gamma) & \dots & s_f \sin p(\alpha_m - \gamma) \\ s_d \sin p(\alpha_1 - \gamma) & \dots & s_d \sin p(\alpha_m - \gamma) \\ s_q \sin(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) & \dots & s_q \sin(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) \end{vmatrix}.$$

Запишемо систему (30) векторним рівнянням

$$\Psi = \mathbf{L}_s \mathbf{i} + \mathbf{s}[\gamma] \mathbf{B}_c. \quad (36)$$

Для рівняння (19) маємо різницеий вираз

$$M = -s_m ((i_a w_a \sin p\alpha_1 + i_b w_b \sin(p\alpha_1 - 2\pi/3) + i_c w_c \sin(p\alpha_1 + 2\pi/3)) B_1 + \dots + (i_a w_a \sin p\alpha_m + i_b w_b \sin(p\alpha_m - 2\pi/3) + i_c w_c \sin(p\alpha_m + 2\pi/3)) B_m), \quad (37)$$

у якому $s_m = 4R_\delta l_\delta / m$.

З урахуванням позначень (31) вираз (37) набуде вигляду

$$M = \xi[\mathbf{i}, \mathbf{B}]. \quad (38)$$

Алгоритм розв'язування крайової задачі розрахунку перехідних процесів. Система, що об'єднує диференціальні рівняння (16)–(18) електричного та механічного стану, неявну електромагнетну характеристику (32)–(36) та вираз (38) електромагнетного моменту, за початкових умов (20) визначає крайову задачу Коші, що відображає розрахунок електромеханічних процесів генератора з урахуванням ексцентриситету.

Розв'язуватимемо цю задачу неявним методом числового інтегрування з використанням формул диференціювання назад g -го порядку [2]. З цією метою апроксимуємо в рівняннях (16)–(18) похідні за часом різницеєвими виразами на $(g+1)$ -вузловому шаблоні $t_g < \dots < t_1 < t$, в результаті чого отримуємо рівняння

$$q_0 \Psi + \sum_{l=1}^g q_l \Psi_l + \mathbf{r} \mathbf{i} + \mathbf{u}[t] = 0; \quad (39)$$

$$q_0 \omega + \sum_{l=1}^g q_l \omega_l - J^{-1} (M + M_b[t]) = 0; = 0; \quad (40)$$

$$q_0\gamma + \sum_{l=1}^g q_l\gamma_l = \omega, \quad (41)$$

де $\Psi_l = \Psi[t_l]$; $\omega_l = \omega[t_l]$; $\gamma_l = \gamma[t_l]$ ($l = \overline{1, g}$) – значення змінних Ψ, ω, γ в l -му вузлі шаблону.

Вилучимо в рівнянні (40) невідому ω згідно з рівнянням (41), отримаємо

$$q_0^2\gamma + q_0 \sum_{l=1}^g q_l\gamma_l + \sum_{l=1}^g q_l\omega_l - J^{-1}(M + M_b[t]) = 0. \quad (42)$$

Доповнимо рівняння (39), (41), (42) рівняннями (32)–(35), (36), (38), отримаємо замкнуту нелінійну систему алгебричних рівнянь, у якій невідомими є значення $\mathbf{i}, \gamma, \Psi, \omega, \mathbf{B}, \mathbf{B}_c, \mathbf{B}_p, \mathbf{F}_z, \mathbf{F}_\delta, \mathbf{H}_c, \mathbf{H}_p, B_0, M$ у момент часу t .

Для розв'язування цієї системи використано метод Ньютона. Поправки невідомих на k -й ітерації обчислено на підставі лінійної системи рівнянь:

$$\begin{aligned} q_0\Delta\Psi + \mathbf{r}\Delta\mathbf{i} &= -\mathbf{Q}_1; \quad \Delta\omega = q_0\Delta\gamma; \quad q_0^2\Delta\gamma - J^{-1}\Delta M = -Q_2; \\ \mathbf{D}\Delta\mathbf{F}_z + \mathbf{D}\Delta\mathbf{F}_\delta - R_c\Delta\mathbf{H}_c + R_p\Delta\mathbf{H}_p + \mathbf{n}^\gamma\mathbf{i}\Delta\gamma + \mathbf{n}[\gamma]\Delta\mathbf{i} &= -\mathbf{Q}_3; \\ \mathbf{E}_l\Delta\mathbf{H}_c &= -Q_4; \quad \Delta\mathbf{B} = \mathbf{D}\Delta\mathbf{B}_c / c_c; \quad \Delta\mathbf{B}_p = \mathbf{E}\Delta B_0; \\ \Delta\mathbf{H}_c &= \mathbf{U}_c\Delta\mathbf{B}_c; \quad \Delta\mathbf{H}_p = \mathbf{U}_p\Delta\mathbf{B}_p; \quad \Delta\mathbf{F}_z = \mathbf{R}_z\Delta\mathbf{B}; \quad \Delta\mathbf{F}_\delta = \mathbf{R}_\delta\Delta\mathbf{B}; \\ \Delta\Psi &= \mathbf{L}_s\Delta\mathbf{i} + \mathbf{s}^\gamma\mathbf{B}_c\Delta\gamma + \mathbf{s}[\gamma]\Delta\mathbf{B}_c; \quad \Delta M = \mathbf{K}^i\Delta\mathbf{i} + \mathbf{K}^B\Delta\mathbf{B}, \end{aligned} \quad (43)$$

де $\mathbf{Q}_1, Q_2, Q_3, Q_4$ – відхили, що дорівнюють лівим частинам рівнянь (39), (42), (32), (33), відповідно, та обчислені за значеннями невідомих, знайденими на $(k-1)$ -й ітерації;

$$\mathbf{s}[\gamma] = \frac{d\mathbf{s}[\gamma]}{d\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ -s_f \cos p(\alpha_1 - \gamma) & \dots & -s_f \cos p(\alpha_m - \gamma) \\ -s_d \cos p(\alpha_1 - \gamma) & \dots & -s_d \cos p(\alpha_m - \gamma) \\ -s_q \cos(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) & \dots & -s_q \cos(p(\alpha_m - \gamma) - \pi/2) \end{pmatrix} p; \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}^\gamma &= \\ = -p \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & N_f \cos p(\alpha_1 - \gamma) & N_d \cos p(\alpha_1 - \gamma) & N_q \cos(p(\alpha_1 - \gamma) - \pi/2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & N_f \cos p(\alpha_m - \gamma) & N_d \cos p(\alpha_m - \gamma) & N_q \cos(p(\alpha_m - \gamma) - \pi/2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (45)$$

– матриці розмірностей $6 \times m$ та $m \times 6$, відповідно;

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^i &= \partial \xi[\mathbf{i}, \mathbf{B}] / \partial \mathbf{i} = \\ &= -s_m \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^m B_j w_a \sin p\alpha_j, \sum_{j=1}^m B_j w_b \sin\left(p\alpha_j - \frac{2\pi}{3}\right), \sum_{j=1}^m B_j w_b \sin\left(p\alpha_j + \frac{2\pi}{3}\right), 0, 0, 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$

– матриця-рядок розмірності 6;

$$\mathbf{K}^B = \frac{\partial \xi[\mathbf{i}, \mathbf{B}]}{\partial \mathbf{B}} = -s_m \begin{vmatrix} i_a w_a \sin p\alpha_1 + & i_a w_a \sin p\alpha_m + \\ + i_b w_b \sin(p\alpha_1 - 2\pi/3) + & \dots + i_b w_b \sin(p\alpha_m - 2\pi/3) + \\ + i_c w_c \sin(p\alpha_1 + 2\pi/3) & + i_c w_c \sin(p\alpha_m + 2\pi/3) \end{vmatrix} \quad (47)$$

– матриця-рядок розмірності m ;

$$\mathbf{N}_c = \frac{d\mathbf{H}_c[\mathbf{B}_c]}{d\mathbf{B}_p} = \text{diag}(v_{c1}, \dots, v_{cm}); \quad \mathbf{N}_p = \frac{d\mathbf{H}_p[\mathbf{B}_p]}{d\mathbf{B}_p} = \text{diag}(v_{p1}, \dots, v_{pm}) \quad (48)$$

– матриці диференціальних питомих магнетних опорів ярем статора і ротора;

$$\mathbf{R}_z = d\mathbf{F}_z[\mathbf{B}]/d\mathbf{B} = \text{diag}(\rho_{z1}, \dots, \rho_{zm}) \quad (49)$$

– матриця диференціальних питомих поверхневих магнетних опорів еквівалентної зубцевої зони.

Елементи матриць $\mathbf{N}_c, \mathbf{N}_p, \mathbf{R}_z$ обчислені за формулами

$$v_{cj} = dH_c[B_c]/dB_c|_{B_c=B_{cj}} = v_c[B_{cj}]; \quad v_{pj} = dH_p[B_p]/dB_p|_{B_p=B_{pj}} = v_p[B_{pj}];$$

$$\rho_{zj} = dF_z[B]/dB|_{B=B_j} = \rho_z[B_j] \quad (j = \overline{1, m}) \quad (50)$$

згідно з характеристиками намагнення (1)–(3).

Коефіцієнти при шуканих поправках у рівняннях (43) обчислимо за значень невідомих вихідної нелінійної системи рівнянь, знайдених на $(k-1)$ -й ітерації.

Вилучимо у рівняннях (43) невідомі $\Delta\psi, \Delta\mathbf{B}, \Delta\mathbf{B}_p, \Delta\mathbf{H}_c, \Delta\mathbf{H}_p, \Delta\mathbf{F}_z, \Delta\mathbf{F}_\delta,$

ΔM , отримаємо систему рівнянь

$$(q_0 \mathbf{L}_s + \mathbf{r})\Delta\mathbf{i} + q_0 \mathbf{s}' \mathbf{B}_c \Delta\gamma + q_0 \mathbf{s}[\gamma] \Delta\mathbf{B}_c = -\mathbf{Q}_1;$$

$$-J^{-1} \mathbf{K}^i \Delta\mathbf{i} + q_0^2 \Delta\gamma - J^{-1} \mathbf{K}^B \Delta\mathbf{B}_c = -\mathbf{Q}_2;$$

$$\mathbf{n}[\gamma] \Delta\mathbf{i} + \mathbf{n}' \mathbf{i} \Delta\gamma + (1/c_c \mathbf{DRD} - R_c \mathbf{N}_c - R_p \mathbf{N}_p c) \Delta\mathbf{B}_c - R_p \mathbf{N}_p \mathbf{E} \Delta B_0 = -\mathbf{Q}_3; \quad (51)$$

$$\mathbf{E}_l \mathbf{N}_c \Delta\mathbf{B}_c = -\mathbf{Q}_4,$$

де матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_\delta$.

Алгоритм розв'язування нелінійної системи рівнянь (39), (41), (42), (32)–(35), (36), (38) на k -му ітераційному циклі складається з таких операцій:

1) обчислення за результатами $(k-1)$ -ї ітерації (для $k=1$ – за результатами виконання попереднього кроку інтегрування) коефіцієнтів системи (51) згідно з формулами (44)–(50) та правих частин цієї системи згідно з рівняннями (39), (42), (32), (33);

2) розв'язування системи (51) відносно поправок $\Delta\mathbf{i}, \Delta\gamma, \Delta\mathbf{B}_c, \Delta B_0$ числовим способом;

3) обчислення уточнених значень невідомих $\mathbf{i}, \gamma, \mathbf{B}_c, B_0$ шляхом додавання знайдених поправок до попередніх значень;

4) визначення уточнених значень решти невідомих згідно з рівняннями (34), (35), (36), (37), (41).

Згідно з викладеним вище алгоритмом реалізовано програму розрахунку перехідних процесів синхронного генератора з ексцентрично розташованим ротором і виконано розрахунки низки процесів модельного генератора потужністю 4,5 кВт. Аналіз результатів дав змогу уточнити низку положень

нелінійної теорії електричних машин з урахуванням ексцентриситету. Зокрема, з'ясовано, що в насиченій машині наявність ексцентриситету зумовлює:

А) помітне уніполярне намагнечування ярем статора та ротора, що є додатковим джерелом погіршення експлуатаційних показників;

Б) значно більше, ніж у ненасиченій машині, збільшення „намагнечувального струму”, головню, внаслідок, зростання індукції в зубцевих зонах поблизу мінімального проміжку;

В) зменшення порівняно з ненасиченою машиною сили одностороннього притягання.

1. Коцюба М., Фільц Р. Математична модель електромеханічних процесів неявнополюсного синхронного генератора з урахуванням ексцентриситету. Частина 1 // Теор. електротехніка. 2004. Вип. 57. С. 70–77.
2. Фільц В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. К.: Наук. думка, 1979. 205 с.
3. Чуа, Пен-Мин Линн. Машинный анализ электронных систем. М.: Энергия, 1980. 638 с.

**MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROMECHANICAL PHENOMENA
IN A SYNCHRONOUS NON-SALIENT POLE GENERATOR
WITH RESPECT TO ECCENTRICITY
PART 2**

М. Howykowycz

*National University “Lviv Polytechnic”
Bandera Str., 12, Lviv 79013, Ukraine
e-mail howykowycz@ieee.org*

A non-linear mathematical model for calculating transient phenomena in a 3-phase synchronous non-salient pole generator with consideration of eccentricity and an alternating saturation of the magnetic circuit is introduced. A unique system of integral-differential equations describing electrical, magnetic, and mechanical conditions is formed. On grounds of solution of the system some thesis of non-linear theory of electric machines with consideration of eccentricity were defined more accurately.

Key words: non-salient pole generator, eccentricity, alternating saturation, non-linearity.

Стаття надійшла до редколегії 20.06.05
Прийнята до друку 01.09.05