

УДК 621.373

УМОВИ РОЗПІЗНАВАННЯ КОРЕЛЬОВАНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У НЕЙРОМЕРЕЖІ ГОПФІЛДА

В. Мандзій, З. Любунь

Львівський національний університет імені Івана Франка

*вул. ген. Тарнавського, 107, 79017, Львів, Україна
lubun@rd.wups.lviv.ua*

Аналітично виведено залежність ємності мережі від ступеня кореляції записаних у мережу асоціативної пам'яті зображень. Доведено вплив ступеня кореляції на процес розпізнавання. Виведено формулу для максимальної кількості записаних у нейромережу зображень. Наведено висновки, перевірені за допомогою моделювальної програми.

Ключові слова: нейронна мережа, модель Гопфільда, корельовані зображення.

Наведемо результати дослідження нейромережі з асоціативною пам'яттю, побудованої на основі моделі Гопфільда у випадку бінарних зображень. Зображення відтворене у вигляді вектора, компоненти якого дорівнюють ± 1 .

Практично в усіх відомих нам працях ємність асоціативної пам'яті оцінено для випадку некорельованих зображень [1–4]. Аналітично отримати оцінки ємності мережі в разі корельованих зображень складно, тому звичайно результати, отримані для некорельованих зображень, просто переносять на випадок слабо корельованих зображень. Нижче аналітично виведено залежність ємності мережі від ступеня кореляції записаних у мережу асоціативної пам'яті зображень.

Під корельованими зображеннями будемо розуміти такі, у яких збігаються положення додатних одиничок.

Здебільшого зображення, які розпізнає нейронна мережа, доволі сильно корельовані. Тому важливими є залежності, які визначають вплив ступеня кореляції еталонних зображень на процес розпізнавання. Окрім того, часто обмеженість ємності нейромережі пов'язана з максимальною кількістю некорельованих зображень, які можна записати в цю мережу.

Для аналізу процесу розпізнавання корельованих зображень ми використали результати праці [2]. Як і в [2], розглянуто нейронну мережу, побудовану на основі класичної моделі Гопфільда [1], алгоритм навчання якої полягає у формуванні квадратної матриці зв'язків W розміру N :

$$W = x_s x_s^T, \quad (1)$$

де x_s – s -те еталонне зображення.

Тоді наступний стан нейронної мережі (вихідне зображення $x^{(n+1)}$) визначений співвідношенням

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \text{sign}(\mathbf{W}\mathbf{x}^{(n)}), \quad (2)$$

де $x^{(n)}$ – вхідне зображення, яке розпізнають.

Мережа працює так:

1. На вхід нейромережі подають зображення $x^{(n)}$, а на виході знімають зображення $x^{(n+1)}$.
2. Якщо $x^{(n+1)} \neq x^{(n)}$, то вважаємо, що $x^{(n)} = x^{(n+1)}$ і повертаємося до пункту 1.
3. Отриманий вектор $x^{(n+1)}$ є відповіддю мережі.

Отже, у випадку стійкої мережі відповідь завжди є нерухомою точкою перетворення (2) і саме ця умова (незмінність зображення у разі опрацювання) – точка зупинки.

У праці [2] з'ясовано, що така мережа здатна запам'ятати і точно відтворити не більше п'яти некорельованих зображень.

Умови розпізнавання корельованих зображень. Результат розпізнавання мережею зображень визначений елементами матриці зв'язків W . У разі класичного алгоритму формування матриці W згідно з (1) кожний її рядок (стовпець) дорівнює сумі прямих $-x$ та інверсних $-I$ еталонних зображень.

Якщо компонента вектора i еталонного зображення s ($x_s(i)$) дорівнює одиниці, то до рядка s матриці зв'язків W додають вектор x_s , а якщо компонента вектора дорівнює -1 , то до рядка s матриці зв'язків W додають інверсний вектор зображення I_s .

Нехай довільне s -те зображення корельоване з r -зображеннями по p -елементах у мережі розміру N , де записано m -зображень, кожне з яких містить k одиничок (решта елементів дорівнюють -1).

З використанням структури матриці зв'язків умови розпізнавання елементів зображення x_s можна записати у вигляді таких нерівностей:

$$1) \quad (x_s + \sum_{j=1, j \neq s}^r x_j + \sum_{i=1}^{m-r-1} I_i)^T x_s > 0 \quad \text{для елементів зображення } x_s, \text{ що}$$

дорівнюють одиниці й корельовані з r іншими зображеннями;

$$2) \quad (x_s + \sum_{j=1}^r I_j + \sum_{i=1}^{m-r-1} I_i)^T x_s > 0 \quad \text{для елементів зображення } x_s, \text{ що}$$

дорівнюють одиниці й не корельовані з іншими зображеннями;

$$3) \quad (x_l + \sum_{j=1}^{r-1} I_j + \sum_{i=1}^{m-r} I_i)^T x_s < 0 \quad \text{для елементів зображення } x_s, \text{ що}$$

дорівнюють мінус одиниці й розташовані у положеннях, які відповідають одиницям корельованого з x_s зображення x_l ;

$$4) \left(x_f + \sum_{j=1}^{r-1} I_j + \sum_{i=1}^{m-r} I_i\right)^T x_S < 0 \text{ для елементів } x_S, \text{ що дорівнюють мінус}$$

одиниці й розташовані у положеннях, які відповідають одиниці некорельованого з x_S зображення x_f ;

$$5) \left(\sum_{i=1}^m I_i\right)^T x_S < 0 \text{ для елементів зображення } x_S, \text{ що дорівнюють мінус}$$

одиниці й відповідають позиції, де у всіх решти зображень стоять мінус одиниці.

З урахуванням значень добутоків: $x_S x_S^T = N$, $x_i x_S^T = N - 4k + 4p$, $I_i x_S^T = 4k - N$, $x_f x_S^T = N - 4k$, $I_j x_S^T = 4k - N - 4p$, отримаємо умови розпізнавання елементів зображення x_S . Найжорсткіша умова матиме вигляд

$$m < 1 + \frac{N - 4rp}{N - 4k}. \quad (3)$$

Експериментальна перевірка. Для перевірки аналітичних результатів у середовищі MatLab розроблено моделювальну програму, яка дає змогу виконати таке:

- 1) для заданих m , N і k згенерувати набір з m корельованих еталонних зображень;
- 2) сформувати матрицю \mathbf{W} для класичної нейромережі Гопфілда;
- 3) згенерувати вхідне зображення;
- 4) обчислити вихід, подавши на вхід нейромережі сформоване зображення.

Нерівність перевірено для великої кількості наборів корельованих вхідних зображень з різними значеннями параметрів мережі N , m , k та p .

Для прикладу, наведемо декілька наборів корельованих зображень, записаних у мережу асоціативної пам'яті.

На рис. 1 показаний набір еталонних зображень з такими параметрами: $N = 49$, $m = 4$, $k = 12$.

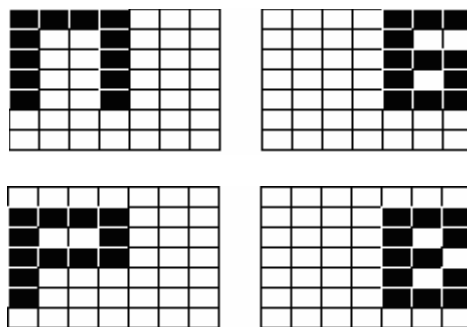


Рис. 1. Набір еталонних зображень – букви алфавіту

Як бачимо з рис. 1, перше зображення корельоване з третім за $p = 7$ елементами, а друге з четвертим за $p = 6$ елементами.

Для $N = 100$, $m = 5$, $k = 24$ набір еталонних зображень показаний на рис. 2.

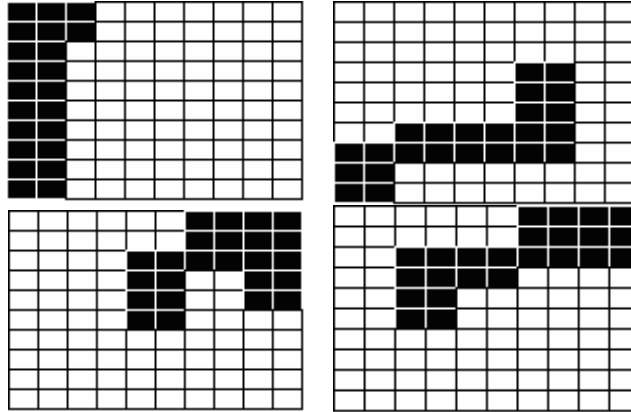


Рис. 2. Набір еталонних зображень тетрис

Тут перше зображення корельоване з другим і третім ($r = 2$) за $p = 6$ елементами, а четверте з п'ятим за $p = 18$ елементами.

Для обох наборів зображень мережа успішно розпізнала кожне з показаних на рисунках зображень.

Отже, максимальна кількість корельованих зображень у мережі розміру N визначена рівністю $m_{\max} = 1 + \frac{N - 4rp}{N - 4k}$.

Підбиранням значень r, p, k , у разі фіксованого значення N можна записати в мережу більше корельованих зображень, ніж некорельованих (максимальна кількість некорельованих дорівнює п'яти [2]) і забезпечити їхнє стовідсоткове розпізнавання

Зроблені висновки перевірені за допомогою моделювальної програми. Результати моделювання підтвердили отримані умови розпізнавання корельованих зображень.

1. Данилов Е.П., Луцив В.Р. Нейронные сети: современное состояние и перспективы // Оптико-механическая промышленность. 1991. №4. С. 20–32.
2. Любунь З.М. Умови розпізнавання некорельованих зображень в пам'яті Гопфілда // Електроніка і зв'язь. 1998. Вып. 4. С. 23–25.
3. Уоссермен Ф.Г. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. М.: Мир, 1992.
4. Hopfield J.J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1982. Vol. 79. P. 254–258.
5. McEliece R.J., Posner E.C., Rodemich E.R., Venkatesh S.S. The Capacity of the Hopfield Associative Memory // IEEE Trans. On Information Theory. 1987. Vol. 33. P. 461–482.

CONDITIONS OF RECOGNITION OF THE CORRELATED IMAGES OF A HOPFIELD NETWORK

V.M. Mandzij, Z.M. Lubun

*Ivan Franko National University of Lviv,
Dragomanov St. 19, UA-79005 Lviv, Ukraine
lubun@rd.wups.lviv.ua*

In the robot relation of capacitance of a network to a degree of correlation written to a network of associative memory of the images analytically is deduced. Influencing a degree of correlation on process of recognition is rotined. The formula for maximum quantity of the images, written to a network is deduced The reduced conclusions are checked with the help of of modulating program. The outcomes of simulation have confirmed obtained conditions of recognition of the correlated images.

Key words: Neuronic network, Hopfield model, correlated images

Стаття надійшла до редколегії 2.02.2004

Прийнята до друку 04.06.2004