

МОДЕЛЮВАННЯ НЕПЕРЕРВНИХ ТА ДИСКРЕТНИХ КІЛ І СИСТЕМ

УДК 658.512.011:621.39(075)

ПОЛІФАЗНИЙ ОПИС СИГНАЛІВ І СТРУКТУР ФІЛЬТРІВ У БАГАТОШВИДКІСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ КАНАЛАХ

В. Геранін, Ф. Колокольцев, Л. Писаренко, Г. Розорінов

Національний технічний університет України "КПІ"
melb@kiev.ua

Поліфазний підхід до опису дискретних сигналів і цифрових фільтрів широко й успішно використовують в англомовних монографіях і наукових статтях, присвячених багатошвидкісному опрацюванню сигналів [2–5]. Однак у вітчизняних і російськомовних книгах та журналах його зовсім не висвітлено. Ми спробували ліквідувати цю прогалину у вітчизняній літературі, оскільки поліфазний підхід дає змогу суттєво зекономити час обчислень. Просто і чітко розкрито суть поліфазного опису дискретних сигналів і структур фільтрів у багатошвидкісних інформаційних каналах.

Ключові слова: дискретний сигнал, інтерполюючий фільтр, децимуючий фільтр, багатошвидкісний інформаційний канал.

ПОЛІФАЗНИЙ ОПИС ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ

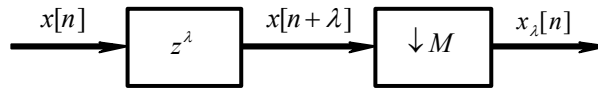
Поліфазний опис дискретних сигналів у часі.

В літературі є два визначення поліфазної компоненти (ПфК) дискретних сигналів (ДС).

Перше визначення: ПфК $x_\lambda[n]$, $\lambda = 0, 1, \dots, M-1$ – це відгук пристрою (рис. 1) на збурення $x[n]$. Це означає, що

$$x_\lambda[n] = x[nM + \lambda] = \sum_i x[i] \overset{\circ}{\delta}[nM + \lambda - i], \quad (1)$$

$$\text{де } x[n] = \sum_i x[i] \overset{\circ}{\delta}[n - i]; \quad \overset{\circ}{\delta}[n - i] = \begin{cases} 1; & n = i; \\ 0; & n \neq i. \end{cases}$$

Рис. 1. Схема формування ПФК $x_\lambda[n]$ ДС $x[n]$

На рис. 2 зображені конкретна модель ДС (а) і його ПФК $x_\lambda[n]$ при $M = 3$ (б-г).

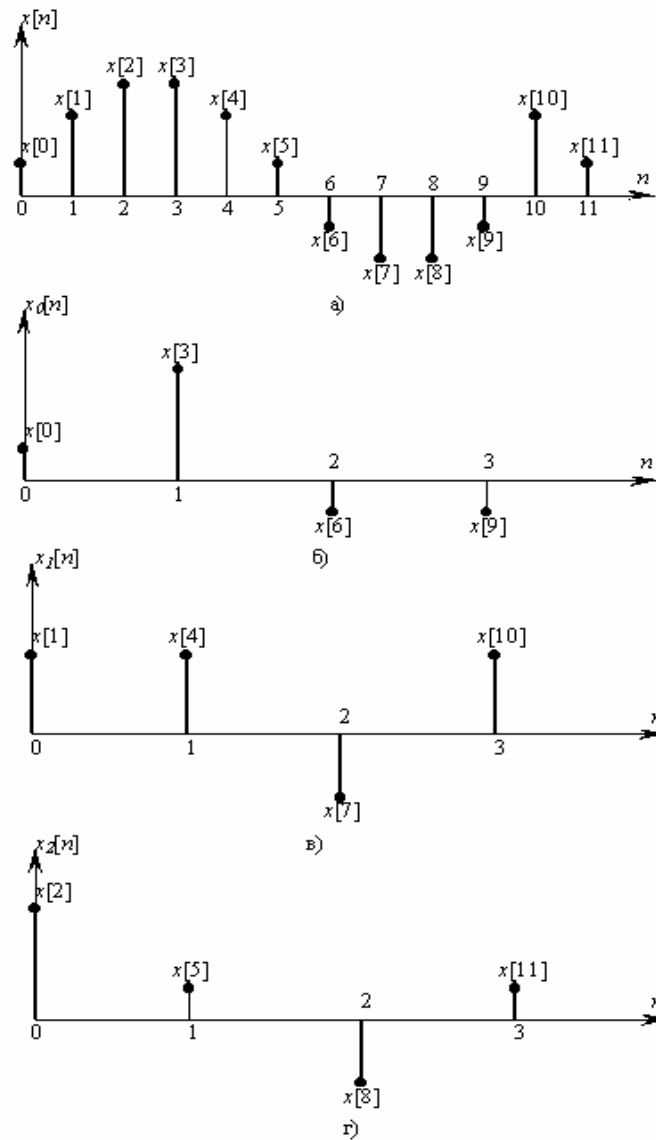


Рис. 2. ДС (а) і його ПФК першого роду (б)-(г).

Друге визначення: ПФК: $x_\lambda^{(p)}[n]$ – це конструкція, що має вигляд

$$x_\lambda^{(p)}[n] = x[n]w_M[n - \lambda], \tag{2}$$

де: $w_M = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} W_M^{ln} = \begin{cases} 1, & n = mM, m \in \mathbb{Z} \\ 0, & \text{при інших } n \end{cases}; W_M = e^{-j\frac{2\pi}{M}}$.

На рис. 3 показано ДС (а) і його ПФК $x_\lambda^{(p)}[n]$ (б-г) при $M = 3$.

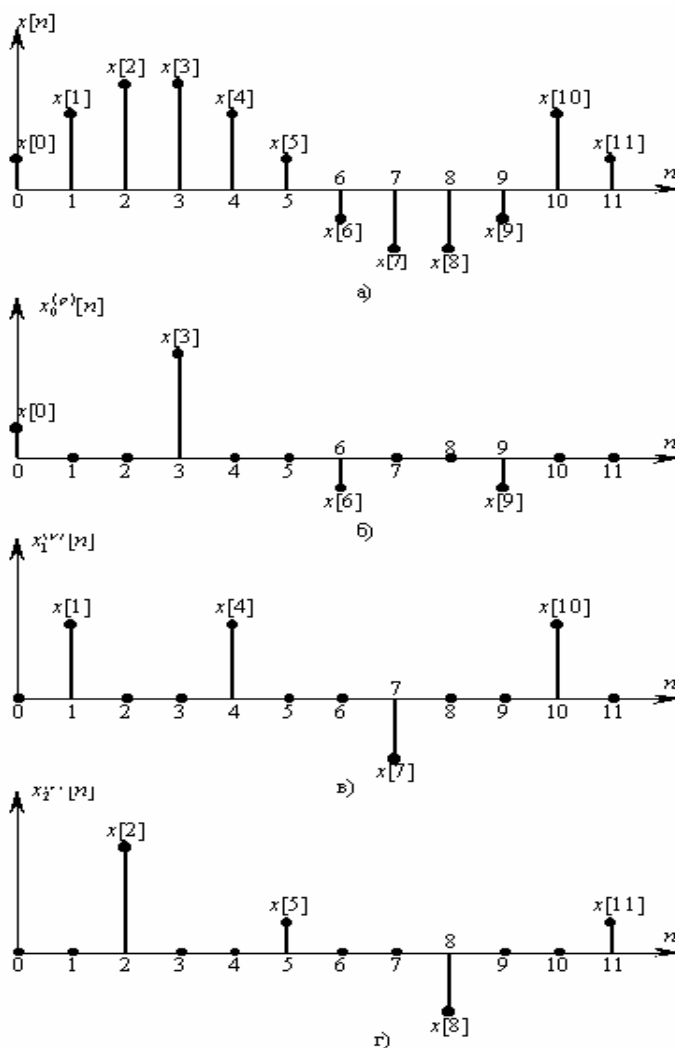


Рис.3. ДС (а) і його ПФК другого роду (б)-(г).

Називатимемо $x_\lambda[n]$ – ПФК першого роду, а $x_\lambda^{(p)}[n]$ – ПФК другого роду. Зазначимо, що більшість авторів оперують ПФК першого роду. В монографії [4] описано ПФК обох родів.

Корисно знати зв'язок між ПФК першого і другого родів. Наприклад, ПФК $x_\lambda^{(p)}[n]$ можна отримати з ПФК $x_\lambda[n]$ шляхом перетворення, що його реалізує пристрій, схему якого показано на рис. 4, а. Аналітично ці ПФК пов'язані так:

$$x_\lambda^{(p)}[n] = \sum_i \overset{\circ}{\delta}[n - iM - \lambda] x_\lambda[i]. \quad (3)$$

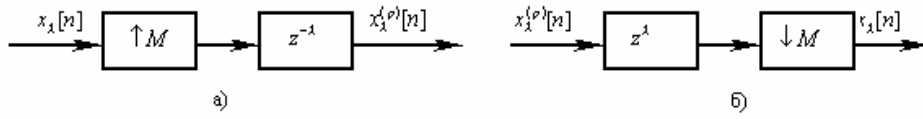


Рис. 4. Схема перетворення $x_\lambda[n]$ в $x_\lambda^{(p)}[n]$ (а) та $x_\lambda^{(p)}[n]$ в $x_\lambda[n]$ (б)

На рис. 4, б відображено, як отримати $x_\lambda[n]$ з $x_\lambda^{(p)}[n]$. Аналітично вони пов'язані так:

$$x_\lambda[n] = x_\lambda^{(p)}[nM + \lambda] = \sum_i x_\lambda^{(p)}[i] \overset{\circ}{\delta}[nM + \lambda - i]. \quad (4)$$

Неважко помітити, що зв'язок між $x_\lambda^{(p)}[n]$ і $x[n]$ елементарний:

$$x[n] = \sum_{\lambda=0}^{M-1} x_\lambda^{(p)}[n]. \quad (5)$$

Синтез ДС $x[n]$ з ПФК $x_\lambda[n]$ складніший. Це результат підстановки (3) в (5):

$$x[n] = \sum_{\lambda=0}^{M-1} \sum_i \overset{\circ}{\delta}[n - iM - \lambda] x_\lambda[i]. \quad (6)$$

Поліфазний опис дискретних сигналів в z-області. ПФК ДС в z-області – це z-перетворення одноіменних ПФК ДС в часовій області, тобто

$$X_\lambda(z) \triangleq Z\{x_\lambda[n]\} = \sum_n x[nM + \lambda] z^{-n}; \quad (7)$$

$$X_\lambda^{(p)}(z) \triangleq Z\{x_\lambda^{(p)}[n]\}. \quad (8)$$

Очевидно, що

$$X(z) \triangleq Z\{x[n]\} = \sum_{\lambda=0}^{M-1} X_\lambda^{(p)}(z). \quad (9)$$

З рис. 5, а бачимо, що

$$X_{\lambda}^{(p)}(z) = z^{-\lambda} X_{\lambda}(z^M). \quad (10)$$

Це означає, що z-перетворення ДС зв'язане з z-перетворенням його ПФК першого роду співвідношенням

$$X(z) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} z^{-\lambda} X_{\lambda}(z^M). \quad (11)$$

Можна довести, що справджуються співвідношення

$$X_{\lambda}(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X\left(z^{\frac{1}{M}} (W_M^k)^*\right) \left(z^{\frac{1}{M}} (W_M^k)^*\right)^{\lambda}; \quad (12)$$

$$X_{\lambda}^{(p)}(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X\left(z (W_M^k)^*\right) (W_M^{k\lambda})^*. \quad (13)$$

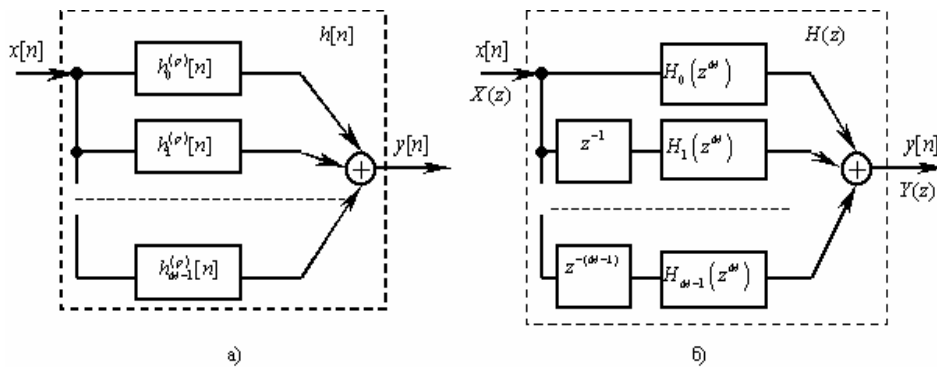


Рис. 5. Поліфазне представлення імпульсної характеристики фільтра у часовій області (а) та z-області (б)

Поліфазний опис структур фільтрів. Коли говорять про ПФО структур фільтрів, то мають на увазі ПФО імпульсної характеристики (ІХ) $h[n]$ у часовій області (рис. 5, а)

$$h[n] = \sum_{\lambda=0}^{M-1} h_{\lambda}^{(p)}[n], \quad (14)$$

та ПФО передатної функції $H(z)$ у z-ділянці (рис. 5, б)

$$H(z) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} H_{\lambda}^{(p)}(z) = \sum_{\lambda=0}^{M-1} z^{-\lambda} H_{\lambda}(z^M). \quad (15)$$

З'ясуємо, як реалізуються ПФО головних блоків сучасних багатозв'язних інформаційних каналів: децимуючого та інтерполюючого фільтрів.

Децимуючий фільтр (рис. 6). У цьому випадку

$$y[n] = v[nM] = \sum_m x[nM - m]h[m]; \quad (16)$$

$$X_{\lambda}(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} X\left(z^{\frac{1}{M}} (W_M^k)^*\right) H\left(z^{\frac{1}{M}} (W_M^k)^*\right), \quad (17)$$

де $h[n]$ – імпульсна характеристика інерційного каналу децимуючого фільтра.

Зі співвідношення (15) безпосередньо впливає поліфазна структура, зображена на рис. 7.

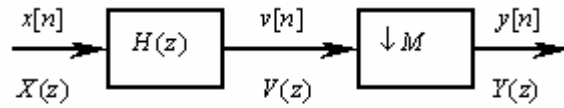


Рис. 6. Децимуючий фільтр

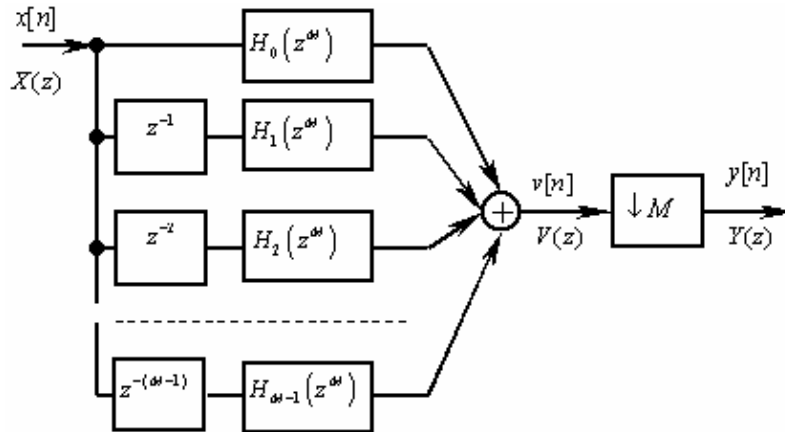


Рис. 7. Поліфазна структура децимуючого фільтра

Скориставшись тотожностями [4] (рис. 8), отримаємо схему, показану на рис. 9.

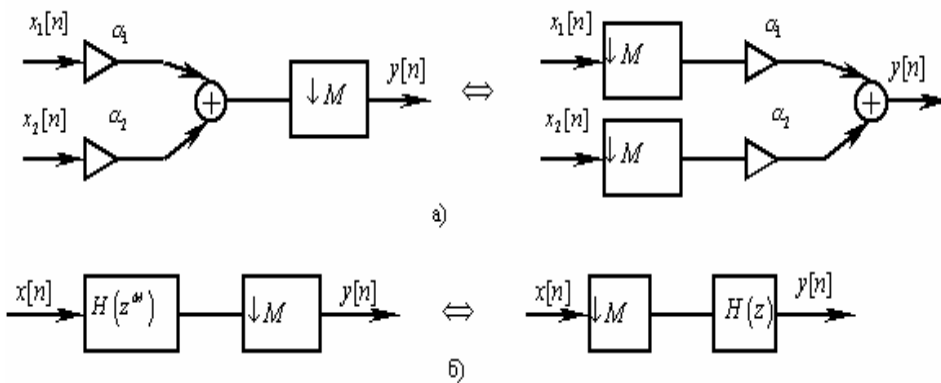


Рис. 8. Тотожності

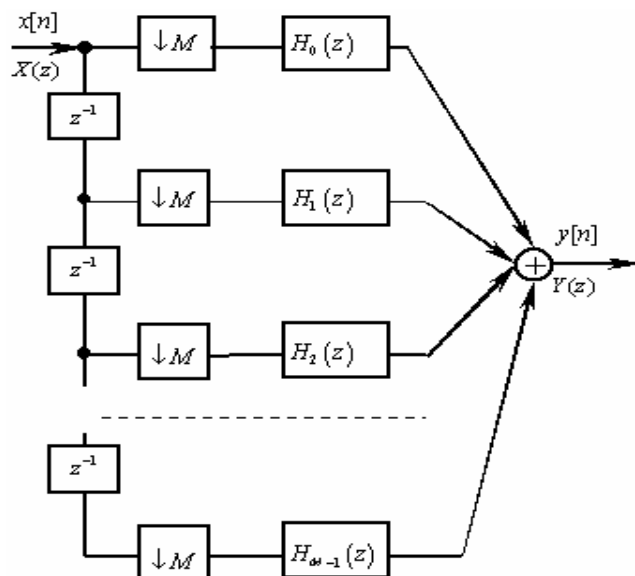


Рис.9. Економна поліфазна структура децимуючого фільтра

Інтерполюючий фільтр (рис.10). В цьому випадку

$$x[n] = u[n] \otimes g[n] = \sum_m u[n-m]g[m]; \quad (18)$$

$$X(z) = Y(z^M)G(z), \quad (19)$$

де $g[n]$ – імпульсна характеристика інерційного каналу інтерполюючого фільтра.

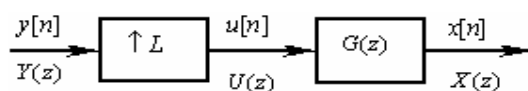


Рис. 10. Інтерполюючий фільтр

Із співвідношення (15) безпосередньо випливає поліфазна структура, зображена на рис. 11. Скориставшись тотожностями [4] (рис. 12, а, б), отримаємо схему фільтра, показану на рис. 13.

Поліфазні структури фільтрів найчастіше використовують в інформаційних каналах, що побудовані на так званих банках фільтрів (filter banks). Саме про це йтиметься в іншій статті.

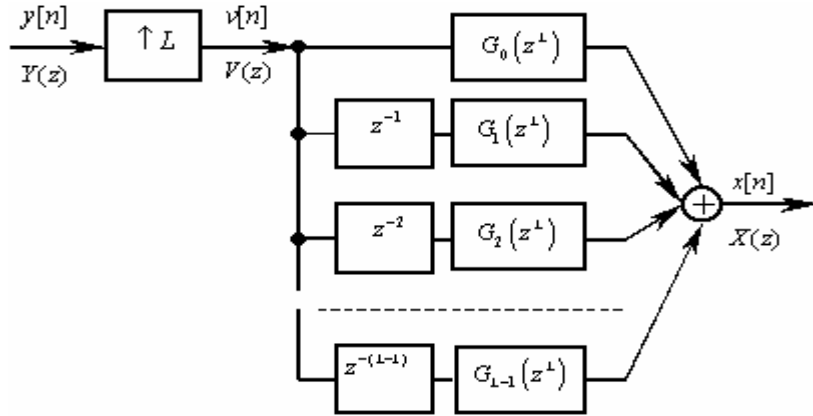


Рис.11. Поліфазна структура інтерполюючого фільтра

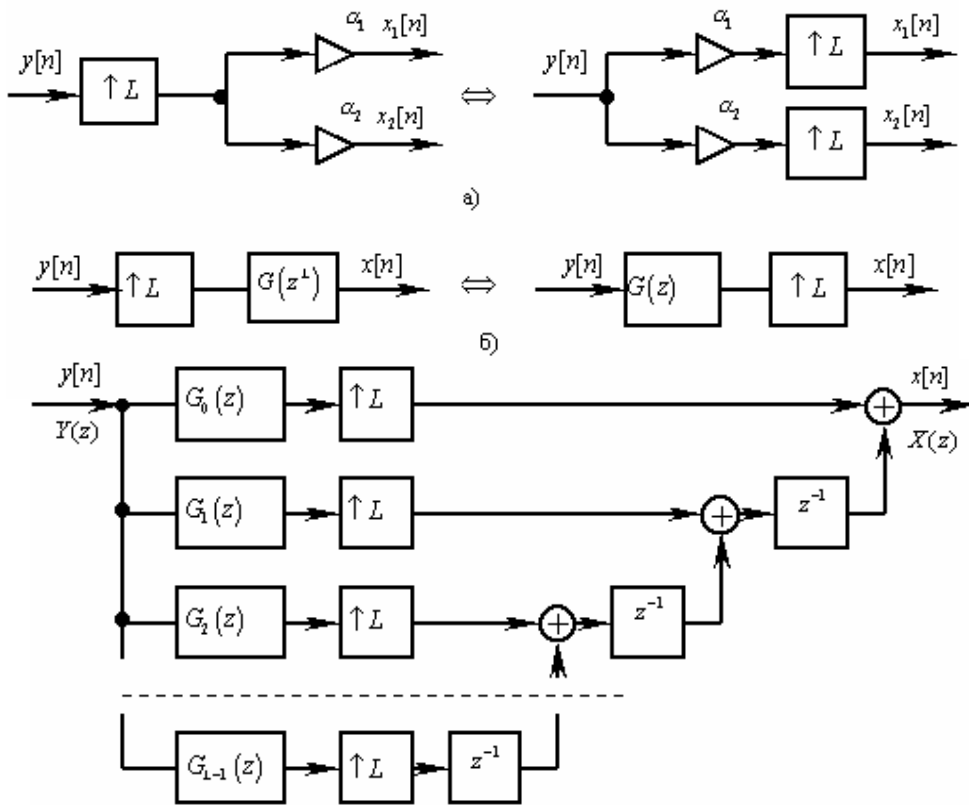


Рис.13. Економічна поліфазна структура інтерполюючого фільтра

1. *Вайдьянатхан П.П.* Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: Метод. обзор // ТИИЭР. 1990. Т. 78, №3. С. 77-119.
2. *Крошьер Р.Е., Рабинер Л.Р.* Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор // ТИИЭР. 1981. Т. 69, №3. С. 14-49.
3. *Crochiere R.E., Rabiner L.R.* Multirate digital signal processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1983.
4. *Fliege N.J.* Multirate Digital Signal Processing. Multirate Systems. Filter Banks. Wavelets. Chichester: England, John Wiley & Sons Ltd, 1998.
5. *Sutter B.W.* Multirate and wavelet signal processing. San Diego, CA: Academic Press, 1998.
6. *Vaidyanathan P.P.* Multirate systems and filter banks. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.

A POLYPHASE REPRESENTATION OF THE SIGNALS AND THE FILTER STRUCTURES IN THE MULTIRATE INFORMATIONAL CHANNELS

V. Geranin, F. Kolokoltsev, L. Pysarenko, G. Rozorinov

National technical university of Ukraine "KPI"
melb@kiev.ua

The essence of the discrete signals and basic blocks of multirate informational channels (decimating and interpolating filters) polyphase representation was expanded. Polyphase structure of the filter banks took out the туче part of article.

Key words: discret signal, interpolating filter, decimating filter, multirate information channel.

Стаття надійшла до редколегії 01.04.2004

Прийнята до друку 01.06.2004