

УДК 004.4+539.3:551.24.03

## ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЗАЄМОДІЙ У ПРОЦЕСАХ НАСУВОУТВОРЕННЯ КОРИ ЗЕМЛІ

В. Фурман, М. Хом'як, Л. Хом'як

*Львівський національний університет імені Івана Франка*  
79005 м. Львів, вул. Грушевського, 4  
[fourman@franko.lviv.ua](mailto:fourman@franko.lviv.ua)

Скінченно-елементні моделі використовують для моделювання тектонічного стиску осадових порід на підводній стадії та з урахуванням фрикційного ковзання на межі зриву. Числові результати засвідчують визначені особливості неоднорідних областей напружень для маленького (0,01–0,5), середнього (0,5–0,64), великого (0,64–0,8) і дуже великого (0,8–1,15) коефіцієнта тертя. Значення дотичного контактного напруження контролює фронт між зонами ковзання і прилипання. З використанням критерію руйнування Мора–Кулона за траєкторіями напружень можна прогнозувати насувні структури гірських систем.

*Ключові слова:* моделювання, скінченно-елементні моделі, стиск осадових порід.

Тектонічні покриви – типові структурні одиниці для багатьох рухомих поясів, що пройшли етап конвергентного розвитку. Вони наявні в Альпах, Карпатах, каледонідах Скандинавії, Скелястих горах Канади, на Уралі та інших ділянках земної кори. Механізм утворення та динамічні умови їхнього становлення є важливими для пояснення таких геологічних структур і належать до дискусійних питань [1]. Для розуміння розвитку складнодеформованих ділянок кори потрібно вивчати передумови, що існували на час зародження та становлення структурних ансамблів, зокрема, з використанням кількісних характеристик у рамках механіки суцільних середовищ [2, 3].

Теоретичне пояснення таких важливих чинників виникнення насувних структур, як орієнтація головних напружень, роль крихкого руйнування (згідно з законом критичних станів Кулона–Мора), а також вплив порового тиску рідини, запертої в межах контакту, започатковано в класичних працях Андерсона (Anderson), Гефнера (Hafner), Губерта і Рабі (Hubbert, Rubey) [1–4]. Сьогодні загальноприйнятою є механічна модель “тонкого штовхального клина” (critical taper theory) [2, 5].

Для тектонічного насuvoутворення важливими чинниками є: 1) переважання латерального стиску над літостатичним тиском; 2) наявність вертикального градієнта напружень, що дає змогу великим товщам порід переміщатися в горизонтальному напрямі без значної диференціації по товщині (як жорстке ціле); 3) зміна орієнтації осей головних напружень поблизу поверхні з боку прикладеного навантаження; 4) механізм крихкого руйнування порід і орієнтація тріщин сколу під кутом  $\sim 30^\circ$  до напрямку мінімального головного напруження (стиску); 5) значне зменшення коефіцієнта тертя в зоні контакту

(наприклад, завдяки наявності обводнених, глинистих прошарків). Водночас наявність тих чи інших особливостей виникнення насувних структур, множинність чинників, що контролюють тектонічні процеси, та потреба інтерпретації нових даних польових досліджень не зменшують актуальності теоретичного вивчення різних аспектів проблеми насуютворення. Одним із сучасних підходів є комп'ютерна симуляція, зокрема, з використанням методу скінченних елементів [6, 7].

#### Геологічні дані та формулювання задачі

Ми досліджуватимемо неоднорідний напружений стан та зміну орієнтації головних напружень під час латерального стиснення осадової товщі, що проковзує на жорсткому фундаменті. Якщо значення напружень перевищує не тільки межу пружності, а й межу міцності, то, імовірно, мали б зародитися розривні порушення сколового типу. Отже, за просторовим розподілом зон критичних напружень, а також аналізом траєкторій напружень теоретично можна передбачити морфолого-генетичний тип розривних порушень, їхні розміри та повторюваність.

Наша мета – з'ясувати залежність напруженого стану гірських порід поблизу горизонту відриву (на контакт з жорстким фундаментом) від коефіцієнта тертя та сприятливі умови для розвитку розривних порушень в осадових товщах на ранніх етапах стиснення й зародження насувів у підводних умовах. Ці умови структуроутворення властиві багатьом орогенним поясам, зокрема, сегменту сучасних Українських Карпат. Перші покриви регіону Українських Карпат сформувалися наприкінці ранньокрейдової епохи [8, 9]. У латеральному профілі на цей час з північного сходу на південний захід можна виділити пасивну окраїну Східноєвропейської платформи, яка переходила в підфлішовий фундамент, та осадовий басейн, обмежений з півдня блоком континентальної кори (Мармароський масив). Геотектонічну ситуацію визначала конвергентна взаємодія підфлішового фундаменту та континентального блока, що зумовлювало насувні дислокації в осадовому виповненні прилеглої частини басейну. Надалі відбувалося стиснення флішового комплексу і пульсивно-неперервна міграція фронту насуютворення в бік платформи.

Розглядаємо таку модельну задачу. В умовах плоскої деформації тонкий шар товщиною  $h = 1,5$  км, що відповідає відкладам крейдової системи, стискається під дією горизонтальних переміщень лівого торця до  $0,5$  км з середньою швидкістю  $0,5$  см/рік (рис. 1). Знизу шар проковзує з тертям по поверхні жорсткого нерухомого фундаменту, а зверху зазнає тиску води, що відповідає глибині  $h_w = 3,5$  км. Праворуч блок обмежений у латеральних рухах, однак може незначно потовщуватися (коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,15$ ). Усереднені пружні властивості відповідають флішовим відкладам.

Щодо застосовності отриманих далі результатів зазначимо, що треба враховувати прийняті тут спрощення та гіпотези:

- латеральне стиснення в умовах плоского деформованого стану,
- середня швидкість горизонтальних рухів  $\sim 0,5$  см/рік,
- ідеалізована геометрія осадової товщі у формі видовженого прямокутника (тонкий шар),
- жорсткий нерухомий горизонтальний фундамент,
- контактний механізм тертя ковзання з урахуванням когезійного зчеплення,
- ізотропні пружні властивості макрочасу і відсутність пластичних деформацій (зокрема, повзучості),
- механізм крихкого руйнування порід та орієнтування тріщин сколу під кутом  $\sim 30^\circ$  до

напряму мінімального головного напруження (стиснення) – згідно з законом критичних станів Кулона–Мора [2, 4].

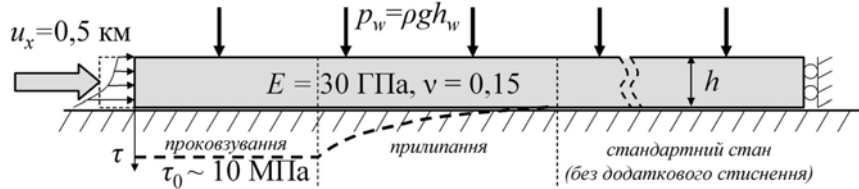


Рис. 1. Модель стиснення однорідного пружного шару на горизонтальному фундаменті з урахуванням сил тертя.

### Математичне формулювання та застосування методу скінченних елементів

Розглянемо блок завдовжки  $L = 60$  км і завтовшки  $h = 1,5$  км, що моделює осадові породи, перекриті товщею води глибиною  $h_w = 3,5$  км. Блок зазнає тектонічного стиснення і проковзує з тертям на жорсткому фундаменті. Задачу вважатимемо квазістатичною.

У рамках плоскої теорії пружності в картезіанській системі координат  $(x, y)$  маємо рівняння рівноваги в напруженнях  $\sigma_{ij}$ :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \rho g, \quad (1)$$

(тут  $\rho g$  – вага одиничного об'єму), пружні співвідношення (узагальнений закон Гука)

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (2)$$

де введено векторно-матричні позначення

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T, \quad \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}\}^T,$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu_1)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_1 & 0 \\ \nu_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_1)/2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$\nu_1 = \nu/(1-\nu)$ , а також співвідношення для малих деформацій  $\varepsilon_{ij}$  і переміщень  $u_i$

$$\varepsilon_{xx} = \partial u_x / \partial x, \quad \varepsilon_{yy} = \partial u_y / \partial y, \quad \varepsilon_{xy} = (\partial u_x / \partial y + \partial u_y / \partial x) / 2, \quad (4)$$

Пружні властивості прямокутного блока вважатимемо однорідними та ізотропними, з модулем Юнга  $E = 30$  ГПа та коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0,15$ . Усереднена густина порід  $\rho = 2\,500$  кг/м<sup>3</sup>. Існування та єдиність розв'язку задачі (1)–(4) забезпечують коректні граничні умови (див. рис. 1):

- *зверху* – тиск стовпа рідини на глибині  $h_w$ :

$$p_w = \rho_w g h_w = 35 \text{ (МПа)}, \quad (5)$$

- *праворуч* – фіксований у (тільки) горизонтальному напрямі край

$$u_x = 0 \text{ (км)}, \quad (6)$$

- *ліворуч* – загальне стиснення до 5 км за час 100 тисяч років

$$u_x^0 = 0,5 \text{ (км)}, \quad (7)$$

з боків і зверху також нема дотичних напружень  $\sigma_{xy} = 0$ , що доповнює умови (5)–(7),

- *знизу* – умови тертя ковзання на жорсткому фундаменті з урахуванням когезійної міцності контакту та реакції “проміжного” шару

$$\tau = \tau_0 + \mu |\sigma_n|, \quad (8)$$

де  $\sigma_n, \tau$  – нормальні та дотичні контактні напруження;  $\mu$  – коефіцієнт тертя;  $\tau_0$  – когезійна міцність контакту (прийнято  $\tau_0 = 10$  МПа). Оскільки контакт осадової товщі та фундаменту реально відбувається через проміжний шар з суттєво іншими механічними властивостями (це можуть бути зруйновані, перемелені породи, глинисті наводнені прошарки тощо), то в рамках прийнятої гіпотези абсолютно жорсткого фундаменту можна вважати, що віртуальний проміжний шар сприймає (компенсує) ту частину навантаження, що створює рівностороннє стиснення  $p$ . Отже, зменшується дотичне напруження, необхідне для проковзування блока по фундаменту, що є сприятливою обставиною для утворення горизонту відриву і розвитку насувів. Умова контакту (8) виконується, якщо  $\sigma_n$  є напруженням стиснення і  $\sigma_n - p > 0$ , інакше  $\tau = \tau_0$ . Формально цей же результат отримаємо, якщо прийняти  $\mu = 0$ , що пояснює спостережену близькість числових результатів, наприклад, для  $\mu = 0$  і  $\mu = 0,8$ , і якісну відмінність для  $\mu = 0$  та  $\mu = 0,01$ .

Співвідношення (8) є важливою особливістю моделі, що описує контактну взаємодію осадової товщі з горизонтальним фундаментом (горизонт відриву) з урахуванням кулонівського тертя. Така задача є нелінійною і для її розв’язування треба використовувати ітераційні процедури, розділивши загальне стиснення (7) на достатньо дрібні кроки. Вибрано кроків навантаження – 100, що для середньої швидкості горизонтальних рухів 0,5 см/рік визначає проміжок часу 100 тисяч років, тобто один крок навантаження відповідає стисненню з лівого торця товщі на 5 м за тисячу років. Тут час є просто масштабним параметром навантаження і явно не входить у розрахункові співвідношення.

Для розв’язування задачі (1)–(8) застосовуємо метод скінченних елементів у формі переміщень [3, 10]. Побудовано еквівалентну варіаційну постановку, що дає вираз для мінімуму функціонала повної потенціальної енергії

$$\int_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV - 2 \int_V p g u_y dV - 2 \int_{S_L} p (u_x - u_x^0) dS - 2 \int_{S_T} p_n u_y dS + I_c \rightarrow \min, \quad (9)$$

де  $I_c = -2 \int_{S_B} \tau (u_x] - u_x^B) + \sigma_n u_y^B dS$  – доданок, що враховує узагальненим методом множи-

ків Лагранжа умови тертя ковзання (8);  $(u_x^B, u_y^B)$  – вектор переміщень на нижній (контактній) поверхні;  $[u_x]$  – зміщення між фундаментом та товщею порід (у початковий момент вважаємо його таким, що дорівнює нулю). Інтегрування виконуємо по прямокутній області  $V = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 60, -3,5 \leq y \leq -5\}$ , що займають осадові породи,  $S_i, i \in \{L, T, B\}$  – відповідно, лівий (L), верхній (T) чи нижній (B) боки блока  $V$ . Розв’язок у переміщеннях шукатимемо в класі функцій, що задовольняють головні граничні умови (6).

З огляду на нелінійність задачі (9) використовуємо покрокову процедуру рівноважних ітерацій методу “додаткових напружень” [10] для мінімізації цього функціонала:

$$\int_V \{d\varepsilon\}^T [D] \{\delta d\varepsilon\} dV + \int_V \{\sigma_0\}^T [D] \{\delta d\varepsilon\} dV - \int_{S_L} \sigma_{xx} \delta d(u_x^0 - u_x) dS + 0,5 \delta I_c = 0, \quad (10)$$

де  $\{\sigma_0\}$  – “початкові” напруження з попереднього кроку часу (навантаження, стиснення);  $d(\dots)$  – достатньо малий приріст (диференціал) на активному кроці;  $\delta(\dots)$  – варіація значень зазначених величин. Наголосимо, що сила гравітації й тиск води зверху, на відміну від кінематичного стиснення, є незмінними на всіх кроках навантаження. Вони прикладаються на додатковому (першому) кроці повністю, а тому їх немає серед приростів у рівнянні (10).

Скінченно-елементні апроксимації для переміщень зводять варіаційне рівняння (10) до розрідженої системи лінійних алгебричних рівнянь з симетричною додатно визначеною матрицею (одна для усіх кроків), правою частиною, що залежить від розв'язку у попередній момент часу (крок навантаження). Ефективну реалізацію алгоритму з використанням ідей об'єктно-орієнтованого програмування запропоновано в праці [11]. Зазначимо, що з огляду на прийняту гіпотезу абсолютно жорсткого нерухомого фундаменту явище нестійкості стиснутого блока не розглядаємо.

#### Методика опрацювання числових результатів

Унаслідок розв'язування методом скінченних елементів математичної задачі (10) на кожному кроці навантаження отримуємо значення переміщень у вузлах розбиття, за якими за допомогою співвідношень (3), (4) знаходимо деформації та напруження. Для аналізу складного напруженого стану зручно також використовувати еквівалентні напруження (або інтенсивності напружень)

$$\sigma_{eqv} = \sigma_i = \sqrt{3} \sqrt{I_2(D_\sigma)}, \quad (11)$$

де  $I_2(D_\sigma)$  – другий інваріант девіатора напружень. У загальній покомпонентній формулі

$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)]^{1/2}$$

треба врахувати умови плоскої деформації:  $\sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0$ ,  $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ . Ці напруження  $\sigma_{eqv}$  пов'язані з критерієм початку пластичності Мізеса, а для крихких матеріалів, відповідно, – з початком руйнування. Тому достатньо велике значення  $\sigma_{eqv}$  є одним з критерієм для визначення можливого руйнування, а отже, зародження насувів. Зазначимо, що критичне напруження руйнування флішових товщ (які є ритмічним перешаруванням пісковиків, алевролітів та аргілітів) залежить від багатьох чинників, зокрема, від їхнього складу, глибин залягання або всебічних тисків, наводненості тощо. Можна вважати, що характерне значення  $\sigma_{eqv}$  для руйнування дорівнює 100 МПа (для порівняння, сталь Ст. 3 має мені пружності й міцності, відповідно, 240 і 380 МПа за звичайних умов експлуатації).

Іншим важливим чинником утворення та орієнтації розломних поверхонь, по яких розвиватимуться насиви, є орієнтація головних напружень (рис. 2) [3]. Кут  $\alpha$  можна визначити за формулою

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} 2(\alpha + \pi/2) = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2\tau_{xy}}. \quad (12)$$

Знаючи орієнтацію головних напружень у вузлах, можна побудувати траєкторії головних напружень, які є дотичними до головних напружень у кожній своїй точці, а також

лінії ковзання, що становлять кут  $\varphi \leq 45^\circ$  з траєкторіями головних напружень. Кут  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя, його середнє значення  $\varphi = 30^\circ$ . Згідно з теорією граничних напружених станів (Мора), уздовж цих ліній у зонах руйнування ймовірним є розвиток насувних дислокацій [2, 4]. Зазначимо, що побудову траєкторій напружень та ліній ковзання виконано програмним способом, зведенням до задачі побудови ізоліній деякої потенціальної поверхні.

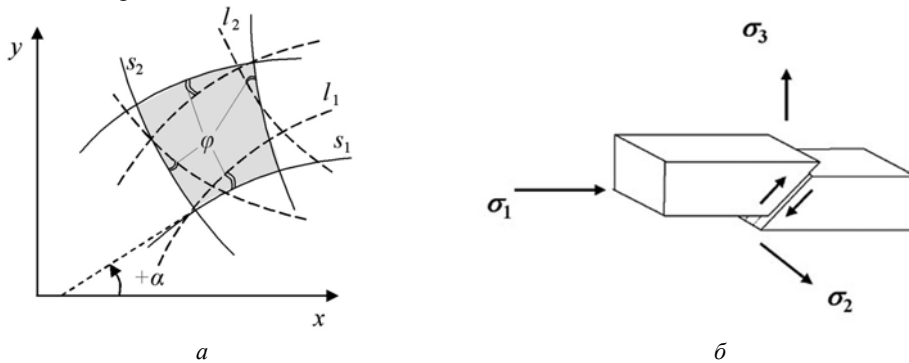


Рис. 2. Орієнтація траєкторій головних напружень  $s_1$  і  $s_2$  та ліній ковзання  $l_1$  і  $l_2$  (а) та механізм утворення насувних структур по поверхнях (можливого) сколювання, де  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ , причому  $\sigma_1$  – найбільше напруження стиснення (б).

#### Загальне обговорення моделей з різними коефіцієнтами тертя

Виконано числове моделювання для низки значень коефіцієнта тертя  $\mu \in \{0,01; 0,1; 0,3; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,15\}$  та додатково для деяких значень у діапазоні 0,5–0,64. Відповідно, у кожній із задач (для фіксованого  $\mu$ ) для аналізу вибрано кроки  $t = 10, 30, 50$  і 100 (тис. років), що відповідає послідовному стисненню блока на 50, 150, 250 і 500 м. Стиснення в часі відображає перервно-пульсаційний процес, для якого характерним є цикл пружного накопичення напружень (у зоні прилипання), потім майже миттєве їхнє розвантаження (унаслідок землетрусу) з одночасним взаємним зміщенням поверхонь, а далі відбувається припинення подальшого руху внаслідок сил тертя, після чого цикл повторюється [2]. Інші чинники нелінійності (пластична деформація) чи різні значення вздовж контакту тощо могли б стати предметом подальших досліджень.

У загальних рисах процес стиску, де домінує вплив горизонтального напруження  $\sigma_x$  виглядає так:

- $\sigma_x$  майже лінійно спадає з віддаленням від краю, де прикладене навантаження (лівий торець);
- градієнт  $\sigma_x$  з глибиною зростає нелінійно (стиснення збільшується), що необхідно для того, щоб (ліва) стінка залишалася строго вертикальною (див. рис. 1). У нижній частині товщі напруження стиску  $\sigma_x$  зростає швидше, ніж за лінійним законом, і на рівні горизонту відриву ( $h = 4$  км) перевищує більше ніж у 2 два рази значення, визначене за лінійним законом, що передбачає стандартний напружений стан, зумовлений літостатичним тиском порід на заданій глибині [1, 2, 4];
- сили тертя сповільнюють рух нижньої частини товщі порід, що призводить до локальної зміни орієнтації головних осей напружень (рис. 3);

• фронт між зоною проковзування і зоною прилипання (див. рис. 1) з наростанням навантаження (зміщенням лівого краю до 0,5 км) переміщується вправо.

У зоні проковзування  $\tau \approx \tau_0$ , а в зоні прилипання напруження  $\tau$  нелінійно і монотонно зменшується до нуля. Швидкість поширення фронту залежить від коефіцієнта тертя – чим менше  $\mu$ , тим легше відбувається зрив товщі, і швидкість фронту тоді буде більшою. У зоні прилипання  $\tau$  загасає на відріжку тим більшому, чим менший коефіцієнт тертя. Передове положення фронту проковзування визначає фактичну зону активного стиснення, тому для того самого кінематичного навантаження  $u_x$  на лівому краї (або, можна вважати, часового параметра) напруження стиску  $\sigma_{xx}$  в цій зоні будуть більші для великих  $\mu$ , оскільки зона проковзування коротша.

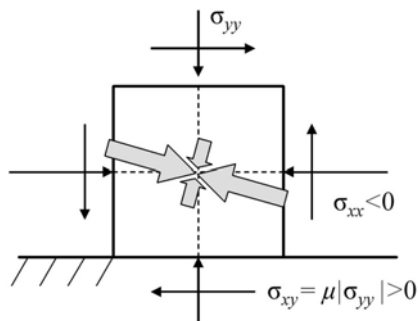


Рис. 3. Схема переорієнтації осей головних напружень поблизу контактної поверхні (горизонт відриву).

З тестовою метою обчислено також аналогічну задачу без контакту, з кінематичними та силовими умовами стиснення, заданими на лівому краї. У випадку силових умов ми задавали зміну напруження  $\sigma_{xx}$  з глибиною за лінійним законом, що відповідає стандартному стану

$$\sigma_{xx} = p_w + \rho g(h - h_w),$$

де  $p_w = \rho_w g h_w = 35$  МПа – тиск стовпа рідини зверху над осадовою товщею.

Для силових умов стиснення отримано розподіл напруження, як у задачі Гафнера (Hafner) [1, 4], а кінематичне навантаження  $u_x = 0,5$  км/(100 тис. років) у цьому випадку дає числовий розв'язок, що відповідає закритичним навантаженням. Фактично тоді отримано напружений стан, однорідний у всій області, окрім зони сингулярності, де напружений стан значно вищий від сусідніх ділянок – так ніби об'єм (площа перетину) вивернувся (стиснувся) в лінію.

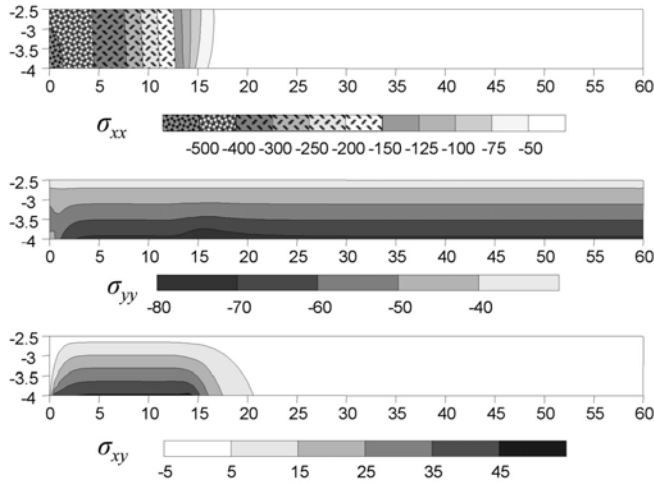


Рис. 4. Ізолінії (у мегапаскалях) компонент напружень  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  та  $\sigma_{xy}$  для  $\mu = 0,5$  і  $u_x = 150$  м.

Аналогічно контактна задача з кінематичним навантаженням, значеннями  $\mu = 0$  і  $\tau_0 = 0$  теж дає вироджений розв'язок – відповідає закритичним навантаженням, а за умови  $\tau_0 = 10$  МПа маємо вже невироджений розв'язок. Однак за характером поширення фронту зони проковзування він відрізняється від результатів задач з близькими малими значеннями  $\mu = 0,1$  чи  $\mu = 0,01$ , як це зазначено вище в поясненні до умов контакту (8). Водночас, на відміну від великих  $\mu$ , у зоні залипання накопичення напружень  $\tau$  відбувається на ділянці більшої протяжності. Очевидно, такі специфічні параметри контакту важливі тільки для тестування програмного забезпечення, а тому далі їх не аналізуємо.

#### Аналіз компонент напруженого стану в блоці

Найперше зазначимо про значну неоднорідність напруженого стану стиснутого блока як по вертикалі, так і в горизонтальному напрямі, зокрема, виділимо фронтальну зону між лівою, стиснутою частиною, і тектонічно неактивною правою частиною, що зазнає тільки гравітаційного навантаження (стандартний напружений стан). Локальна концентрація напружень з боку прикладених сил стиснення є необхідним чинником, що сприяє складним структурним перебудовам, таким як утворення складок та зародження розривних порушень.

Домінують напруження горизонтального стиснення  $\sigma_{xx}$ , які в деформованій лівій частині загасають за лінійним законом до значення  $\nu/(1-\nu)\sigma_{yy}$  на відповідній глибині [12], де  $\sigma_{yy} = p_w + \rho gh$  (у нашій моделі це значення, наприклад, для  $u = 3$  км дорівнює  $\sim 10$  МПа). Вертикальні напруження  $\sigma_{yy}$  відповідають стандартному стану і практично не змінюються; дещо підвищені значення вертикального стиснення зафіксовано над фронтом відриву. Дотичні напруження порівняно незначні й концентруються поблизу контакту в зоні проковзування.

Характерний вигляд ізоліній компонент напружень показано на рис. 4, а “динаміку” стиснення (на прикладі кількох кроків навантаження) для різних коефіцієнтів тертя  $\mu$  можна простежити за зміною поля напружень  $\sigma_{xx}$  на рис. 5. Зазначимо, що для більших  $\mu$  ізолінії  $\sigma_{xx}$  розташовані густіше, тобто у фронтальній зоні маємо більші градієнти напру-



жень. Великі напруження стиснення для  $\mu = 0,5$  досягаються вже на ранніх етапах ( $u_x = 150$  м або крок навантаження  $t = 30$ ), що сприяє початку сколювання. Для малих значень коефіцієнта тертя  $\mu \leq 0,1$  спостерігаємо “запізнення” зони великих стиснень  $\sigma_{xx}$  відносно фронтальної зони.

#### Аналіз дотичних контактних напружень

На підставі аналізу числових результатів для різних коефіцієнтів тертя з діапазону  $\mu \in (0,01-1,15)$  за характером дотичних контактних напружень  $\tau$  виділено три інтервали значень: 1) малих  $\mu \in (0,01-0,5)$ ; 2) середніх  $\mu \in (0,5-0,64)$ ; 3) великих  $\mu \in (0,64-0,8)$  і дуже великих  $\mu \in (0,8-1,15)$ . На рис. 6 показано дотичні контактні напруження для різних етапів стиснення, що можна інтерпретувати як зміни в часі, тобто як відображення динаміки геологічного процесу.

В інтервалі малих значень  $\mu$  накопичення напружень  $\tau$  відбувається на значній території (захоплює більшу ділянку). Зона пружних зміщень на контакті, що моделюють накопичення  $\tau$ , значна й охоплює майже всю область. Інтервал середніх значень  $\mu$  ділиться ще на два:  $0,51-0,56$  і  $0,57-0,64$ .

У першому підінтервалі виявлено ефект чергування зон прилипання та проковзування позаду фронту активного стиснення. Для другого підінтервалу характерними є сингулярність поблизу кутової точки (ліворуч нижня), що пов'язано з перерозподілом напружень, необхідних для початку зриву, та зменшення дотичних контактних напружень до значення когезійного зчеплення  $\tau_0 = 10$  МПа. Згідно з умовою (8), звідси випливає, що всебічний тиск на контакті з жорстким фундаментом перевищив нормальне контактне напруження  $\sigma_n \leq p$ ).

В інтервалі великих коефіцієнтів тертя  $\mu$ , де сили тертя сильніше протидіють переміщенню прилеглих до контакту горизонтальних шарів, фронт зони проковзування затримується, а ділянка накопичення  $\tau$  в зоні прилипання коротша. Отже, на деякій віддалі від фронту товща фактично взагалі не стискається і  $\tau$  прямує до нуля.

Для інтервалу дуже великих коефіцієнтів тертя характерні фактично такі ж напруження  $\tau$ , як і для  $\mu = 0,8$ , а виокремлення цього діапазону пов'язане з моделюванням нерівностей поверхні зриву, які повинні бути подолані товщею, що проковзує. Зазначимо, що експериментально визначене значення  $\mu$  за умов сухого тертя для гірських порід є в межах  $0,7-0,85$  [2].

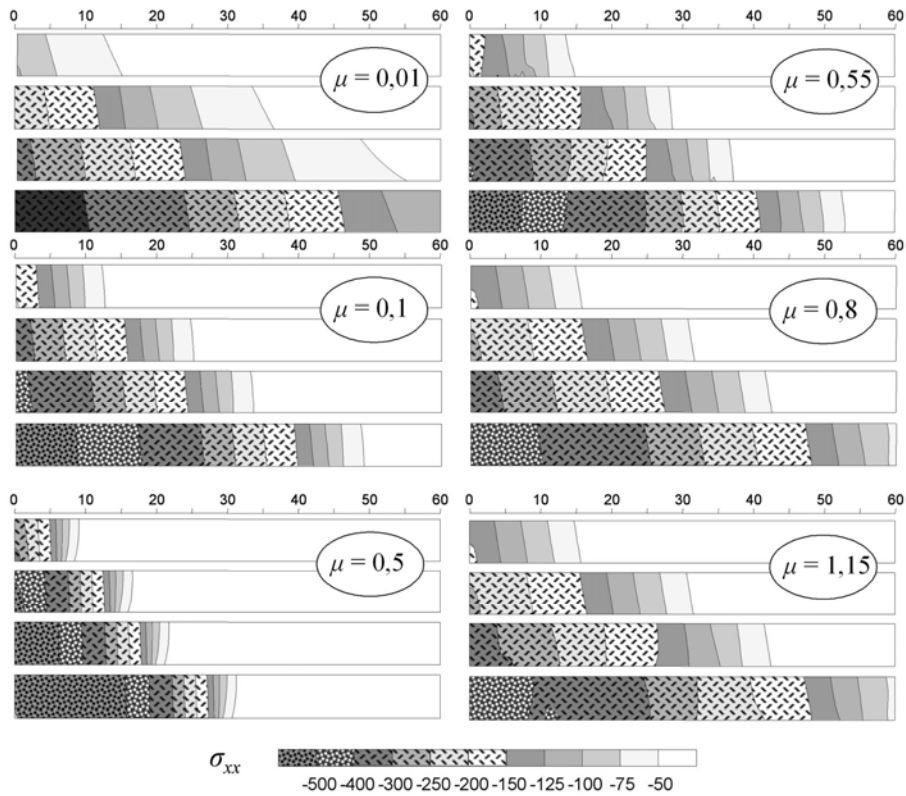


Рис. 5. Розподіл напружень  $\sigma_{xx}$  (у мегапаскалях) для моделей з різними коефіцієнтами тертя  $\mu$  і послідовності з чотирьох кроків навантаження  $t = 10, 30, 50, 100$  (відповідає стисненню на 50, 150, 250 і 500 м).

Вертикальний масштаб у 4 рази більший, ніж горизонтальний.

#### Вплив еквівалентних напружень і траєкторій напружень на орієнтацію ліній сколювання

Еквівалентні напруження  $\sigma_{eqv}$ , обчислені за формулою (11), пов'язані з девіатором тензора, їх часто використовують у критеріях пластичної плинності (таких як класичний критерій Мізеса чи його узагальнення). Для крихких матеріалів, зокрема, для гірських порід, за умови незначних усебічних тисків [13] (близько 100 МПа) високий рівень  $\sigma_{eqv}$  дає змогу оцінити зони вірогідного руйнування. Зазначимо, що утворення дислокаційних порушень у природних умовах залежить від низки чинників, а  $\sigma_{eqv}$  може коливатися в значних межах. Це допускає різні варіації в інтерпретації отриманих числових результатів залежно від прийнятого рівня  $\sigma_{eqv}$  для руйнування.

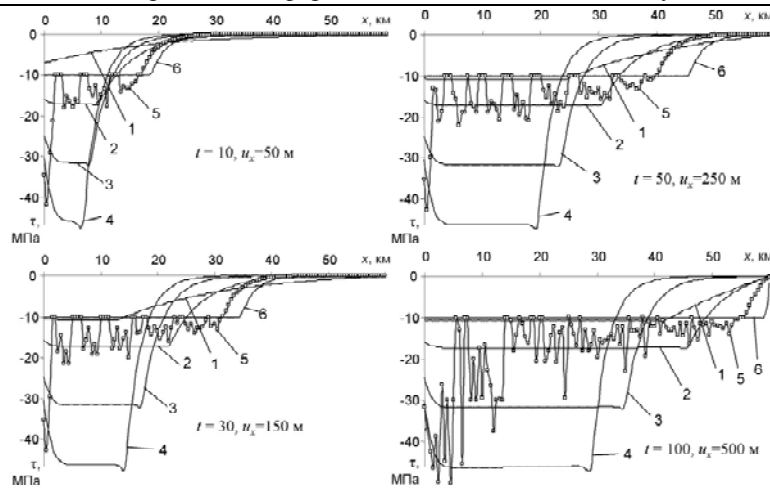


Рис. 6. Дотичні контактні напруження для стиску блока на 50, 150, 250 і 500 м.  
Цифри біля графіків 1–6 відповідають різним значенням коефіцієнта тертя:  
0,01; 0,1; 0,3; 0,5; 0,55 і 0,8.

За умов латерального стиснення орієнтація головних напружень утворює практично однорідні зони ліворуч та праворуч від фронтальної зони завдовжки 10–15 км (рис. 7). Ліворуч від цієї зони домінує головне напруження  $\sigma_1$ , пов'язане з горизонтальним стисненням, а праворуч – з літостатичним тиском. У деформованій (лівій) частині блока траєкторії напружень родини  $s_1$ , що показують напрям  $\sigma_1$ , субгоризонтальні, з кутами падіння до 6–11°, залежно від кроку навантаження (а отже, і довжини цієї частини, до фронтальної зони). Лінії сколювання орієнтовані під гострим кутом  $\varphi$  до траєкторій  $s_1$ . Цей кут характеризує внутрішнє тертя і є одним із механічних параметрів гірських порід [2]. Ми вважали, що в усьому блоці властивості однорідні, і  $\varphi = 30^\circ$ . Тому до фронтальної зони, залежно від рівня  $\sigma_{eqv}$ , вірогідними є зародження насувних структур по розломах з кутами падіння, близькими до  $\varphi$ . Навпаки, у фронтальній зоні, де траєкторії  $s_1$  “згинаються”, набуваючи вже субвертикальної орієнтації, лінії сколювання  $l_1$  стають пологішими, сприяючи зародженню приповерхневих насувів (лусок?), (див. рис. 7, *d, e*). Також тут збільшується вірогідність і насуютворення в зворотному напрямі по лініях сколювання  $l_2$  з більшими кутами падіння.

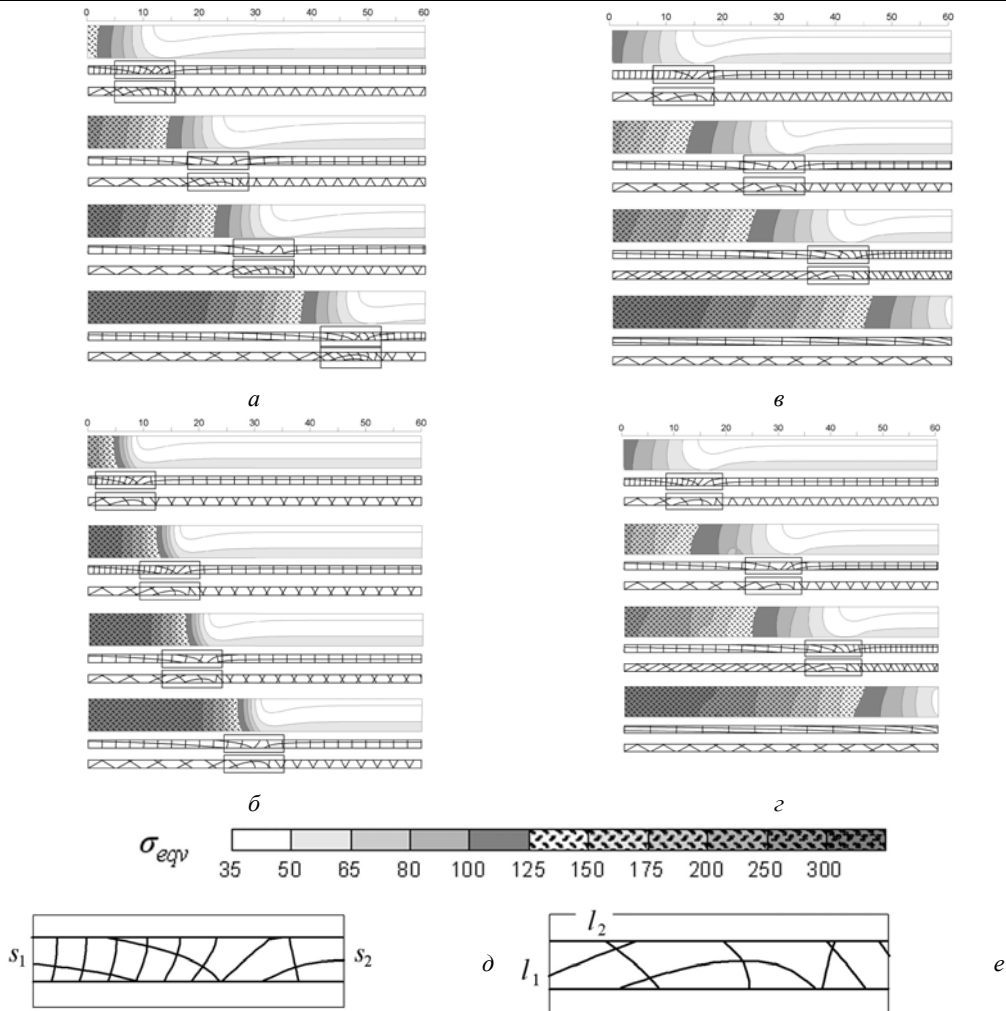


Рис. 7. Зверху вниз трійками: еквівалентні напруження, траєкторії напружень та лінії сколювання для різних кроків навантаження  $t = 10, 30, 50, 100$  і коефіцієнта тертя  $\mu = 0,1$  (а),  $0,5$  (б),  $0,8$  (в),  $1,15$  (г). У виділеному вікні (δ) показано переорієнтації головних напружень, сприятливі для виникнення пологих розломів (ε). Масштаб на графіках еквівалентних напружень: вертикальний / горизонтальний = 4.

Значення коефіцієнта тертя  $\mu$  суттєво впливає на розподіл напружень  $\sigma_{eqv}$ , а саме: зі збільшенням  $\mu$  швидкість поширення фронту стиснутої товщі буде більшою. Також більші  $\mu$  визначають більші градієнти  $\sigma_{eqv}$ , тобто менше відставання межі зони можливого руйнування від фронту стиснення. Для значення  $\mu = 0,5$  початок зони можливого руйнування можна окреслити відразу позаду фронтальної зони, а для  $\mu = 0,8$  (сухе тертя?) тріщини сколювання є вірогідними й у фронтальній зоні. Зазначимо, що для моделі з  $\mu=0,8$  характерними є великі всебічні тиски  $p$  на контакті, які компенсовано реакцією

жорсткого фундаменту, тобто, згідно з формулою (8), маємо спрощену модель  $\tau = \tau_0$  у зоні стиснення.

Залежно від коефіцієнта  $\mu$  і кроку навантаження сітка траєкторій для моделі має свої особливості (див. рис. 7). Однак зазначимо про їхню якісну подібність, що зумовлено однотипними механічними взаємодіями. Як наслідок, картина траєкторій напружень і ліній сколювання у фронтальній зоні для всіх моделей дуже подібна, однак суттєво відмінна від передньої й тилової частин. Це дає змогу рекомендувати її як об'єкт, що потребує детального вивчення геологічними та геофізичними методами, зокрема, в рамках уточнених комп'ютерних моделей.

Отже, урахування тертя на контакті осадової товщі з горизонтом відриву є важливою особливістю математичної моделі, що дає змогу пояснити такі важливі ефекти, як наявність зон прилипання та проковзування і перервно-пульсаційний механізм деформування.

Зі збільшенням стиснення зона проковзування розширюється, контролюючи фронт між частиною осадової товщі, де переважають тектонічні дислокації (зона активного стиснення), та частиною, де переважає літостатичний тиск (стандартний напружений стан).

Сили тертя сповільнюють рух нижньої частини товщі порід, що призводить до локальної зміни орієнтації головних осей напружень. У зоні активного стиснення, де вірогідне крихке руйнування, сколові тріщини матимуть орієнтацію, сприятливу для розвитку пологих насувних структур.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Ярошевский В.* Тектоника разрывов и складок / В. Ярошевский ; [пер. с пол.]. – М. : Недра, 1981. – 245 с.
2. *Тёркот Д.* Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред. Ч. 2 / Д. Тёркот, Дж. Шуберт; [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1985. – 360 с.
3. *Ramsay J. G.* The techniques of modern structural geology. Vol. 3. Applications of continuum mechanics in structural geology / J. G. Ramsay, R. G. Lisle. – Elsevier. – 2000. – P. 701–1061.
4. *Шейдеггер А.* Основы геодинамики / А. Шейдеггер ; [пер. с англ.]. – М. : Недра, 1987. – 384 с.
5. *Nemchok M.* Thrustbelts. Structural architecture, thermal regime and petroleum systems / M. Nemchok, S. Schamel, R. Gayer. – Cambridge University Press, 2005. – 541 p.
6. *Strayer L. M.* A numerical model of deformation and fluid-flow in an evolving thrust wedge / L. M. Strayer, P. J. Hudleston, L. J. Lorib // *Tectonophysics*. – 2001. – Vol. 335. – P. 121–145.
7. *Wissing S. B.* Numerical models of Alpine-type cover nappes / S. B. Wissing, S. Ellis, O. A. Pfiffner // *Tectonophysics*. – 2003. – Vol. 367. – P. 145–172.
8. *Бызова С. Л.* О складчатости и надвигах мелового возраста в Восточных Карпатах / С. Л. Бызова, Н. И. Маслакова, С. Г. Рудаков // *Геотектоника*. – 1983. – № 2. – С. 71–77.
9. *Гнилко О. М.* Про геодинамічні умови формування барем-альбських відкладів Українських Карпат / О. М. Гнилко // *Геологія і геохімія горючих копалин*. – 1996. – № 3-4 (96-97). – С. 52–60.

10. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич ; [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1975. – 541 с.
11. *Марчук М. В.* Змішана схема методу скінченних елементів для розрахунку шаруватих композитних оболонок і пластин / М. В. Марчук, М. М. Хом'як. – Львів : ІППММ НАН України, 2003. – 216 с.
12. *Гинтов О. Б.* Полевая тектонофизика и ее применение при изучении деформаций земной коры / О. Б. Гинтов. – Киев : Феникс, 2005. – 572 с.
13. *Физические свойства минералов и горных пород при высоких термодинамических параметрах: Справочник.* / Е. И. Баяк и др.; под ред. М. П. Воларовича. – М. : Недра, 1988. – 255 с.

*Стаття: надійшла до редакції* 05.11.2013,  
*доопрацьована* 12.12.2013,  
*прийнята до друку* 27.12.2013.

## NUMERICAL SIMULATION OF THE MECHANICAL INTERACTIONS IN PROCESSES OF THRUSTING IN EARTH'S CRUST

**V. Fourman, N. Khomyak, L. Khomyak**

*Ivan Franko National University of Lviv,  
Hrushevskogo Str., 4, UA-79005 Lviv, Ukraine  
[fourman@franko.lviv.ua](mailto:fourman@franko.lviv.ua)*

Finite element models are used to simulate tectonic compression of sedimentary rocks by submerged stage and take into account frictional slipping on the detachment horizon. Numerical results show specific features of the inhomogeneous stress fields for small (0.01–0.5), middle (0.5–0.64), large (0.64–0.8) and overlarge (0.8–1.15) friction coefficients. The magnitude of the tangential contact stress controls the front between sliding and sticking zones. Stress trajectories enable to predict thrust structures using Mohr-Coulomb failure criterion.

*Key words:* modeling, finite-element models, compression of sedimentary rocks.

## ЧИСЛОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССАХ НАДВИГОБРАЗОВАНИЯ КОРЫ ЗЕМЛИ

**В. Фурман, Н. Хомяк, Л. Хомяк**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко,  
ул. Грушевского, 4, 79005, Львов, Украина.  
[fourman@franko.lviv.ua](mailto:fourman@franko.lviv.ua)*

Конечно-элементные модели используют для моделирования тектонического сжатия осадочных пород на подводной стадии и с учетом фрикционного скольжения на горизонте срыва. Числовые результаты показывают определенные особенности неоднородных областей напряжения для маленького (0,01–0,5), среднего (0,5–0,64), большого (0,64–0,8) и очень большого (0,8–1,15) коэффициента трения. Величина касательного контактного напряжения контролирует фронт между зонами скольжения и прилипания. Используя критерий разрушения Мора–Кулона, по траекториям напряжения можно предсказать надвиговые структуры.

*Ключевые слова:* моделирование, конечно-элементные модели, сжатие осадочных пород.