

УДК 004.4+539.3:551.24.03

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕКТОНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІТОСФЕРІ ЗЕМЛІ

В. Фурман, М. Хом'як, Л. Хом'як

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Грушевського, 4, 79005, Львів, Україна.
fourman@franko.lviv.ua*

Для побудови траєкторій напружень на прямокутній сітці запропоновано скінченно-елементний підхід з використанням ермітових сплайнів. Алгоритм легко узагальнити для довільних областей, “обрізаючи” сітку навколо заданої контури. Концептуальний алгоритм для моделювання траєкторій напружень та ліній ковзання реалізовано мовою VBA в рамках програмної інтеграції (електронних таблиць, побудови ізоліній, презентації). Кожен з його етапів можна використовувати як інтерактивно, так і в пакетному режимі. Обговорено особливості програмної взаємодії та потоку даних, а також вказано шляхи поліпшення швидкодії. Надійність програмного прототипу апробовано на низці задач моделювання процесів насувоутворення. Деякі з результатів мають важливе значення для інтерпретації геологічних процесів в Українських Карпатах.

Ключові слова: траєкторії напружень, метод скінченних елементів, ермітові сплайни.

Побудова та числове дослідження комп'ютерних моделей складних природних процесів на сучасному етапі розвитку наукових знань про Землю є одним з важливих джерел нової інформації, що дає глибше розуміння теорії, наукових гіпотез та наявних геологічних даних, зокрема щодо тектонічних процесів у літосфері нашої планети як у глобальному масштабі, так і структурних особливостей унаслідок геологічної еволюції окремих регіонів. З одного боку, використовують наявний фактичний матеріал, у тому числі результати успішного моделювання аналогічних процесів, геофізичні методи, польові тектонофізичні вимірювання. І якщо опрацювання вимірювань тріщинуватості, напружень *in situ* та інших (сейсмічних, структурних) індикаторів руху гірських порід і різнорангових масивів передбачає розв'язування так званих обернених задач, то детерміністичне моделювання для вибраної початкової конфігурації, крайових умов і механічних властивостей об'єктів, що взаємодіють, розв'язує пряму задачу тектонофізики, яку схематично можна сформулювати так: для заданої структури середовища знайти поле внутрішніх параметрів (головних напружень), що характеризують динаміку процесу. З іншого боку, застосування комп'ютерних підходів (математичного моделювання, ГІС-технологій, комп'ютерної графіки) дає змогу в рамках певного наближення і з достатньою математичною строгістю формалізувати

задачу, адаптувати наявне прикладне програмне забезпечення для її розв'язування або обґрунтувати ідею щодо створення нової функціональності для побудови траєкторій напружень.

Відповідальним етапом дослідження є інтерпретація результатів моделювання, що охоплює їхнє візуальне зображення, яке було б доступне для сприйняття зацікавленими користувачами (геологами), не обов'язково спеціалістами з інформаційних технологій. Тут потрібно враховувати сучасне розуміння тектонічних процесів, зокрема теорію рухомих континентів та мантіїної конвекції, термінологічне узгодження між механікою суцільних середовищ і геологією, традиції аргументації, що складаються в певній галузі знань чи навіть у науковій школі.

Одним з основних чинників структурних перебудов геологічного середовища є поле напружень, що має тензорну природу [1, 2]. У випадку двовимірних задач симетричний тензор напружень σ_{ij} має три різні компоненти (два нормальні напруження σ_{xx} , σ_{yy} та дотичне напруження τ_{xy}), тоді як головні напруження, що йому відповідають, представлені двома взаємно перпендикулярними векторами, причому напрям дії першого (алгебрично більшого) головного напруження визначають за формулою [3, 2]

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\tau_{xy} / (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}), \quad (1)$$

де α – кут між віссю x та σ_1 , $0 \leq \alpha < 90^\circ$, а напрям дії другого головного напруження σ_2 повернутий на кут $\pm 90^\circ$ до напрямку σ_1 (рис. 1).

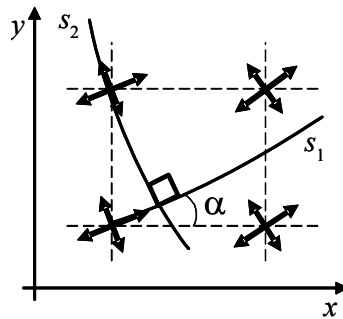


Рис. 1. Дві сім'ї траєкторій напружень та дотичних до векторів головних напружень, заданих у вузлах прямокутної регулярної сітки розбиття.

Від деякої точки можна будувати неперервні лінії (дві сім'ї), для яких напрями головних напружень σ_1 та σ_2 будуть дотичними в кожній точці середовища, що називають траєкторіями напружень. Зазначимо, що для побудови траєкторій використовують тільки напрями, а не значення головних напружень. З траєкторіями напружень асоціюють лінії ковзання, що перетинають траєкторії сім'ї s_2 (мінімальних головних напружень або стиснення (див. рис. 1)) під певним кутом (так званий кут внутрішнього тертя), що характеризує властивості середовища, зокрема до утворення сколових тріщин. Якщо кут внутрішнього тертя дорівнює 45° , то лінії ковзання відповідають лініям максимальних дотичних напружень. Для реального геологічного середовища цей кут залежить від багатьох чинників (складу, зернистості, обводненості

тощо); для осадових порід середнє значення можна прийняти за 30° [4]. У такому наближенні цей кут будемо вважати сталим для всієї досліджуваної області.

Визначення головних напружень за польовими вимірюваннями також значно простіше, наочніше і зрозуміліше, оскільки головні напруження інтерпретують як сили розтягу-стиску, що діють у заданій точці середовища. Саме такими силовими факторами традиційно і найчастіше оперують у геології, на відміну, наприклад, від класичних інженерних задач розрахунку на міцність. Для розв'язування задач на міцність, як відомо, написано чимало програмного коду, зокрема для реалізації методу скінченних елементів (МСЕ). Однак програми, які б на етапі постпроцесорного опрацювання результатів включали функціональність для побудови траєкторій напружень та ліній ковзання, нам невідомі.

Наведемо такі аргументи на користь наявності окремого програмного забезпечення для відновлення траєкторій за дотичним векторним полем:

- 1) комп'ютеризація процесу, швидкість, алгоритмічність, якість і компактність векторної графіки;
- 2) важливість для характеристики поля напружень загалом і особливо для структурних досліджень у геології [1, 2, 5], а також можливість застосування в інших галузях знань, де треба проаналізувати векторні поля;
- 3) комплексність задачі, що охоплює вибір апроксимації значень векторного поля в проміжних вузлах, структур даних для збереження інформації про самі ліній-траєкторії, можливість їхнього подальшого опрацювання та модифікації (наприклад, згущення цих ліній у деякій зоні), залежність усієї картини (дві сім'ї траєкторій) від вибору початкової точки побудови тощо.

Наша мета – описати функціональні можливості та особливості інтегрованого програмного забезпечення (на підставі окремих спеціалізованих програмних модулів, що взаємодіють на рівні процесів) щодо моделювання траєкторій напружень, продемонструвати деякі його результати й оцінити перспективи розвитку та застосування в разі дослідження тектонічних процесів. Побудова неперервних ліній-траєкторій, дотичних до векторів головних напружень у заданих точках (вузлах сітки розбиття досліджуваної області на скінченні елементи чи польові вимірювання з прив'язкою до координат) є частиною методики комплексного аналізу деформацій і напружень (КАДН), розробленої для інтерпретації результатів скінченно-елементного моделювання початкових етапів насувоутворення Українських Карпат [6, 7]. Однак якщо в методиці КАДН програмні засоби відіграють службову роль, є інструментом досягнення мети, працюючи за принципом “чорного ящика”, то тут ми розглянемо саме програмний цикл: від ідеї до апробації на досить складних задачах (насувоутворення) з виробленням певних оцінок та рекомендацій на підставі набутого досвіду. Зазначимо, що застосування МСЕ для розв'язування низки модельних задач, розробка теоретичних підходів до побудови траєкторій та їхня імплементація в код програми, перші розрахунки та методика інтерпретації, як це часто буває на практиці, відбувалися майже одночасно, стимулюючи вироблення раціональних правил обміну інформацією, зменшуючи частку ручного введення даних (із заміною на інтерактивне заповнення параметрів діалогових вікон), підказуючи подальші інженерні вирішення та алгоритми. Тому в ситуації, коли потрібно геологічно змістовно проінтерпретувати десятки задач моделювання початкових етапів насувоутворення, систематизувати їх (наприклад, за мірою впливу

геометрії фундаменту осадової товщі, що стискається, тощо), вибрати найвірогідніший варіант згідно з геологічними даними про тектоніку Українських Карпат і визначити подальший напрям моделювання (щоб простежити вплив різних факторів на еволюцію орогену, зокрема розломних порушень), найважливішим чинником оцінки програмного забезпечення є тільки орієнтація на кінцевий результат. Тобто завданням було достатньо швидко (на один-два порядки швидше, ніж у разі “ручного” способу побудови, тобто без міжпрограмної взаємодії) отримати комп’ютерне зображення (карти розрізу), яке б коректно (допускають деякі спрощені підходи) відображало результати моделювання і в прийнятній “геологічній” формі могло б бути використане для аргументації еволюції насувної споруди Українських Карпат (інтерпретації результатів моделювання).

Математичні основи задачі моделювання траєкторій напружень. Нехай $U_1(x, y)$, $U_2(x, y)$ – двічі неперервнодиференційовані функції. Потрібно побудувати їх так, щоб лінії рівня збіглися з лініями траєкторій. Нехай дотичні, наприклад, до першої сім’ї $U_1(x, y) = c_1$ задано в достатньо густій сітці точок векторним полем (dx, dy) , причому $(dx)^2 + (dy)^2 = 1$, $dx/dy = tg\alpha$, а кут α визначено вище в (1). Тоді дотичні до другої сім’ї $U_2(x, y) = c_2$, що мають перетинати лінії першої сім’ї під прямим кутом, можна задати як $(-dy, dx)$. Отже, векторне поле дотичних першої сім’ї траєкторій є градієнтами функції U_2 , і навпаки, для знаходження функції U_1 використовуємо як поле градієнта напрями дотичних другої сім’ї. З огляду на неперервність функцій U_1 і U_2 умову ортогональності можна записати у вигляді

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{\partial U_2}{\partial y}, \quad \frac{\partial U_1}{\partial y} = -\frac{\partial U_2}{\partial x}, \quad (2)$$

що збігається з умовами Коші–Рімана для гармонійних функцій. Тому вважатимемо ці функції такими, які задовольняють рівняння Лапласа

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial y^2} = 0, \quad k = 1, 2. \quad (3)$$

Зазначимо, що вибір параметрів c_1, c_2 , які визначають крок ізоліній, можна доручити самій програмі побудови ізоліній. На завершення побудови траєкторій напружень, що є нашим завданням, достатньо сумістити карти ізоліній для функцій U_1 і U_2 .

Теоретичні основи побудови траєкторій напружень із застосуванням сплайн-інтерполяції ермітового типу та методу скінченних елементів (МСЕ) викладено в праці [8]. Еквівалентне варіаційне формулювання задачі знаходження функції U_1 , як розв’язку рівняння (3), зведене до пошуку мінімуму функціонала

$$\int_{\Omega} (U_{1,x}^2 + U_{1,y}^2) d\Omega \rightarrow \min \quad (4)$$

у класі функцій, інтегрованих з квадратом разом з першою похідною, які також задовольняють умови інтерполяції градієнтів у внутрішніх вузлах та на границі:

$$\frac{\partial U_1(x_i, y_j)}{\partial x} = dx(x_i, y_j), \quad \frac{\partial U_1(x_i, y_j)}{\partial y} = dy(x_i, y_j). \quad (5)$$

Аналогічно можна записати рівняння й для функції U_2 . Запропонований підхід стосується прямокутної області $\bar{\Omega} = [x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$, де зі скінченним елементом асоціюють прямокутник рівномірного розбиття $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$, $i = 0, \dots, n_x$, $j = 0, \dots, n_y$, зі сталим кроком $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / n_x$ і $\Delta y = (y_{\max} - y_{\min}) / n_y$ вздовж осей x та y , відповідно, а кількість кроків n_x , n_y – задано. Після відображення елемента розбиття на одиничний елемент $[-1; +1] \times [-1; +1]$ для апроксимації функцій U_1 та U_2 використано бікубічні сплайни ермітового типу, що дало змогу вже на етапі побудови розрахункових рівнянь МСЕ точно врахувати умови інтерполяції похідних (5). У підсумку отримано систему лінійних алгебричних рівнянь з симетричною матрицею та з правими частинами F_1 і F_2 для шуканих вузлових значень “потенціальних” функцій U_1 і U_2 , відповідно:

$$[A]q_0 = [F_1, F_2]. \quad (6)$$

Оскільки всі елементи розбиття однакові (це прямокутники $\Delta x \times \Delta y$), то обчислення матриці $[A]$ зводиться до підсумовування внесків одного елемента, для якого отримано аналітичні вирази, що залежать від Δx і Δy . Для правих частин F_1 і F_2 аналітичні залежності містять також задані значення векторного поля (dx, dy) у вузлах регулярної сітки розбиття. Ефективним методом розв'язування системи (6) є факторизація розрідженої матриці $[A]$ методом Холецького $[A] = LL^T$, де L – нижня трикутна матриця, L^T –транспонована до неї. Потім окремо виконують прямий та зворотний хід для різних правих частин F_1 і F_2 .

Зазначимо, що запропонований підхід легко поширюється й на області, що не є прямокутними, але “вписані” в регулярну сітку розбиття, тобто коли деякі з прямокутних елементів вилучено з розгляду. Для визначення елементів, що включені в область дослідження, потрібно задати лінію-контур (з урахуванням правила обходу вершин полігона), що повністю їх охоплює. Згущуючи регулярну сітку, можна, очевидно, достатньо точно апроксимувати область довільної геометрії, задаючи контур-“маску” з більшою кількістю ланок (рис. 2). У цьому є дискусійною точність проведення траєкторій поблизу границі: якщо вибрати зовнішній контур-“маску” для області, то як екстраполювати векторне поле за межі області; якщо ж вибрати внутрішній контур, то поблизу границі траєкторій не буде побудовано взагалі. З іншого боку, навіть на контакті підобластей з різними фізичними властивостями траєкторії напружень не є гладкими, тобто функції U_1 та U_2 мають розриви перших похідних.

Залишимо ці зауваження для майбутніх досліджень. На практиці переважно вдається достатньо точно задати контур-“маску”, а спотворення траєкторій на границі елементів, де змінюються фізичні властивості, – локальні. Тобто в загальному побудовані траєкторії достовірно відображають поле напружень, а результати модельних задач насувоутворення [7] є змістовними для інтерпретації геологічних структур Українських Карпат.

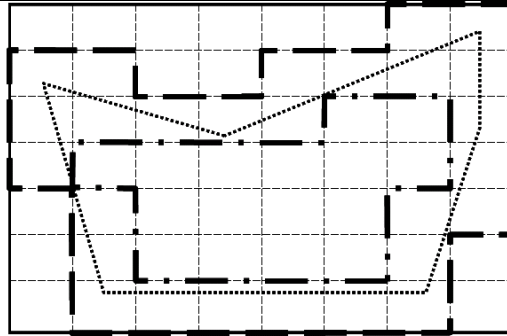


Рис. 2. Прямокутна область з регулярною сіткою розбиття, досліджувана область (пунктирний контур) та контур-“маска” (жирні штрихи – зовнішній, штрих-пунктирний – внутрішній) для моделювання траєкторій напружень з використанням МСЕ та ермітових сплайнів.

Концептуальний алгоритм моделювання траєкторій напружень. На нашу думку, найпридатнішим для міжпрограмної взаємодії є текстовий формат даних у кодуванні ASCII. Для підтримки двійкових файлових форматів, зазвичай, потрібна тісна взаємодія з конкретними програмними пакетами, тобто є залежність від формату внутрішніх викликів (API-інтерфейс) чи команд (наприклад, макро-мова APDL (ANSYS Program Design Language [9])). Також нераціонально задіювати формати сучасних баз даних та відповідне потужне програмне забезпечення, оскільки результати моделювання – це таблиці чисел, для яких нема потреби описувати реляційні зв'язки або ж вони нечисленні, прості й однотипні (зокрема, номер вузла є ключем для знаходження його координат).

Текстову інформацію можна відображати та редагувати найпростішими системними програмами, такими як Блокнот. Хоча розмір текстових файлів може бути вдвічі більшим (орієнтовно), проте місткість та швидкодія сучасних жорстких дисків, зазвичай, достатня для збереження результатів низки середніх скінченноелементних моделей, які вже апробовано (близько 10–50 тисяч вузлів). Це з урахуванням того, що для кожної моделі вивід (“розкадровка”) відбувається в деякі фіксовані моменти часу чи пропорційно до навантаження (до десяти “кадрів”). Наприклад, запис в окремому вузлі, що містить його номер, координати, переміщення, компоненти напруження (до шести значущих цифр) з урахуванням одного розділювача-пробілу чи знака табуляції займе орієнтовно 100 символів, а модель з 10 000 вузлів – близько 1 Мбайт. Для двовимірних моделей насуютворення розміри файлів результатів були ще меншими (завдяки меншій розрядності результатів та меншій кількості вузлів).

Серед недоліків текстового формату – порівняно великий час зчитування та перевірки коректності числових даних. Зокрема, якщо текстовий вивід, відформатований для друку, містить пробільні стрічки, текстову службову інформацію чи заголовки для кожної сторінки, то такі стрічки потрібно спеціально опрацювати (наприклад, ігнорувати чи повідомити про помилку, залежно від ситуації).

Програми розрахунку полів напружень, такі як ANSYS, видають інформацію про скінченноелементну модель та числові результати, зокрема й у текстовій формі (це інформація про координати вузлів NLIST.txt та зв'язність вузлів на елементі ELIST.txt, напруження STR*.txt і переміщення U*.txt у вузлах). Момент часу (чи етап наванта-

ження) міститься в назві файлу в дужках у позиції суфікса; наприклад, він означатиме, що у файлі зберігаються результати розрахунку напружень для стиснення на 0,5 км. Для можливості врахування великих переміщень і деформацій STR(0-50km).txt потрібно знати актуальні координати вузлів, що враховують результати переміщень для деякого моменту виведення (навантаження). Об'єднана інформація для цього моменту часу з файлу координат вузлів, переміщень і напружень має бути записана у файл, наприклад, STR(0-50km)_UXY.txt, що безпосередньо використовують для розрахунку значень потенціальних функцій U_1 та U_2 (ізолінії яких є траєкторіями напружень), а також функцій для ліній ковзання W_1 та W_2 (з урахуванням заданого кута внутрішнього тертя). Файл зі структурою стовпців як у STR(0-50km)_UXY.txt можна також записати безпосередньо з використанням підпрограм на APDL, що робить тоді описаний етап об'єднання та сам процес моделювання траєкторій напружень – швидшим. Однак для універсальності алгоритму цей підготовчий етап обґрунтований і має бути (рис. 3).

Наступний етап – це розрахунок траєкторій напружень та ліній ковзання за допомогою розробленого алгоритму, що коротко викладено вище. Цей алгоритм реалізований мовою VBA (Visual Basic for Application) [10] як набір макросів у файлі електронних таблиць (SolVer.xls). Він включає, зокрема факторизацію системи рівнянь та її розв'язування (прямий та зворотний хід методу Холецкого). Таке рішення хоч і не оптимальне з огляду на швидкодію [11], однак забезпечує простоту і швидкість розробки та однорідність засобів програмування, оскільки зчитування–записування файлів, інтерактивна взаємодія з користувачем за допомогою діалогових вікон, а також міжпрограмні виклики реалізовано цією ж мовою. Файл результатів моделювання траєкторій (наприклад, Traject_STR(0-50km).txt), крім координат вузлів, містить значення “потенціальних” функцій для траєкторій та ліній ковзання, напрямних косинусів головних напружень для них, а для контролю – додатково значення кутів α та $\alpha \pm \varphi$ в градусах (φ – заданий кут внутрішнього тертя). Розрахунки та виведення відбуваються вже у вузлах заданої регулярної сітки, а не скінченноелементної сітки для розрахунку поля напружень. Тому передбачено процедуру усереднення значень напрямних косинусів у вузлах регулярної сітки за декількома наявними значеннями, в найпростішому підході – беремо одне найближче значення, хоча це потенційно є джерелом деякої похибки. Відомі й інші алгоритми усереднення, проте складніші для реалізації [12].

Надалі фактичне виконання декількох етапів переходить до програми побудови ізоліній (Surfer). Використовуючи один з методів інтерполяції (у нас – кригінг), виконуємо побудову внутрішнього зображення моделі даних – *.GRD-файл. Тепер потрібно “обрізати” прямокутну регулярну сітку розбиття по контуру заданої області, і матимемо ще один *_BLN.GRD-файл (для ідентифікації даних цього етапу використовуватимемо назви файлів з суфіксом BLN (Boundary Line), на підставі якого вже будуємо векторне зображення ізоліній – *.SRF-файл (див. рис. 3)). Така послідовність операцій реалізує логіку роботи з програмою побудови ізоліній “вручну” і є переобтяженою проміжними етапами. По суті, інформацію, що міститься в “обрізаних” файлах *_BLN.GRD, ми вже мали б за умови узгодження параметрів розбиття для *.GRD-файлу з регулярною сіткою, яку використовували на попередньому етапі розрахунку траєкторій методом скінченних елементів, якщо будувати систему рівнянь тільки для “помічених” елементів та вузлів. Це вилучило б додаткові похибки, які

вносить інтерполяція (кригінг), однак потребує записування результатів розрахунку напружув в двійковому форматі в *_BLN.GRD-файл. Очевидно, що це один з напрямів подальшої оптимізації. Зазначимо, що в одному *.SRF-файлі містяться карти ізоліній для двох сімей траєкторій напружень та двох сімей ліній ковзання, які потрібно попарно об'єднати (операція Overlay) для змістовної інтерпретації.

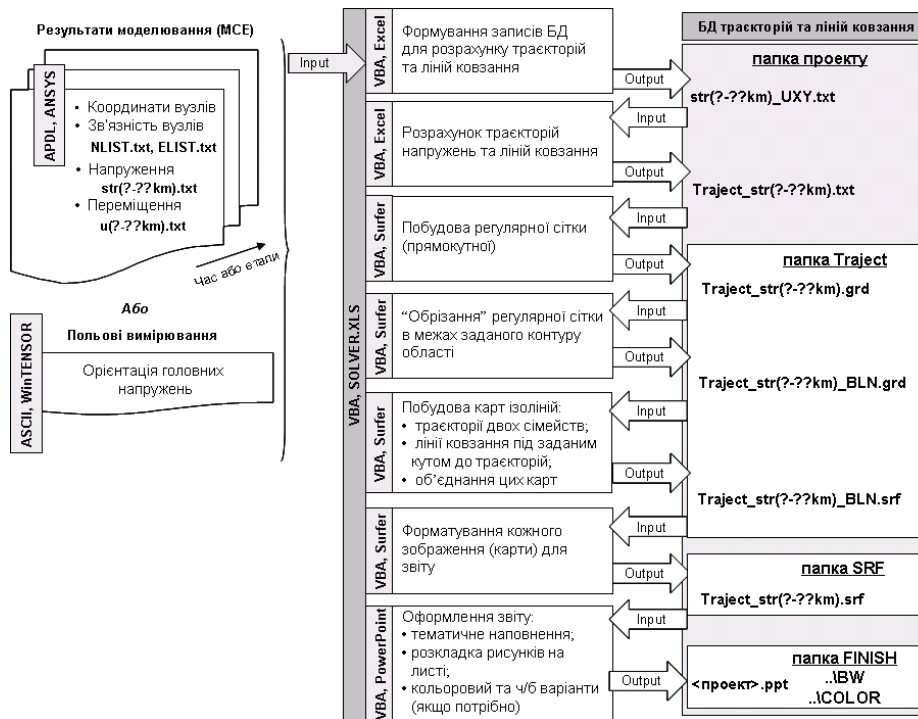


Рис. 3. Функціональна структура й типові інформаційні потоки в разі інтегрування програмного забезпечення для побудови траєкторій напружень.

Отримані зображення (*.SRF-файли) потрібно відформатувати (налаштувати розміри вікна перегляду, якщо цікавою є окрема ділянка області, задати товщину та колір ізоліній тощо). Це в часовому вимірі найзатратніший етап (рис. 4) для методики КАДН, що пов'язано з потребою відкривати і налаштовувати велику кількість файлів та зображень у них, а потім записувати в нові файли Traject_STR*.SRF. Файли налаштувань для траєкторій напружень, створені наперед користувачем методом ручного підбору (окремо чорно-білий та кольоровий варіанти), також зчитувалися на кожному кроці навантаження для кожного зображення. Якщо опрацьовувати інформацію не крок за кроком (в часі або приросту навантаження), а спочатку однотипну інформацію для всіх кроків, то налаштування можна було б зчитувати одноразово, що збільшить швидкодію. Також оптимізував би алгоритм одноразовий виклик програми Surfer (відпала б потреба повторного зчитування записаних файлів (див. рис. 3)), де виконувалися б послідовно описані вище операції. В даній версії програмної імплементації виходили з того, що

кожен етап є незалежним (і реалізовувався після попереднього), а тому така оптимізація не передбачалася.

Нарешті, для впорядкування зображень та можливості їхнього перегляду (чи роздруку) підготовлені зображення імпортують (у форматі EMF) на слайди презентації (файл <назва_проекту>.PPT). Кожен слайд супроводжується змістовним заголовком, де задано тему інформації (у рамках КАДН ця тема “траєкторії напружень”), маски опрацьованих файлів, а також крок навантаження. Зображення розміщується стовпцями, а рядки відповідають кроку навантаження. Кількість стовпців-рядків задає користувач з огляду на розміри окремого зображення.

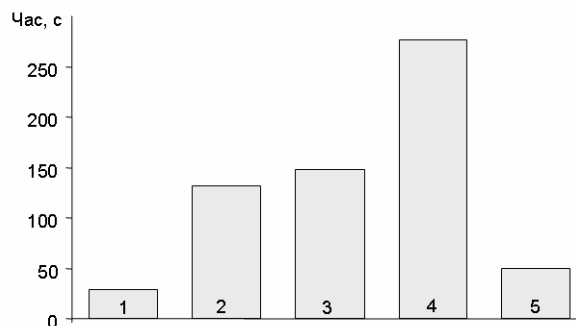


Рис. 4. Приклад розподілу часу по етапах моделювання траєкторій напружень (8 кроків навантаження, 32 вхідні файли): 1 – зчитування даних і розрахунок траєкторій; 2 – побудова траєкторій для регулярної сітки; 3 – “обрізання” траєкторій по контуру області; 4 – налаштування зображення області (чорно-білий та кольоровий варіанти); 5 – формування слайдів презентації (чорно-білий та кольоровий варіанти).

Приклад результатів моделювання. Методика КАДН використовує траєкторії напружень для змістовної інтерпретації результатів розрахунку поля напружень. На рис. 5 ліворуч показано виположення осадового басейну, що стискається. Траєкторії напружень змінюють орієнтацію після 15 км у системі координат рисунка, де закінчується зона стиснення, а далі праворуч напружений стан визначений переважно вертикальною складовою сили тяжіння. Відповідні лінії ковзання (див. рис. 5, б) орієнтовані вздовж ліній можливих розломних порушень, по яких розвиватимуться насувні процеси. Вірогіднішими вважаємо пологіші розломи, нахилені праворуч, хоча не виключений розвиток розломів іншої вергентності. Для класифікації кінематичних типів розломів використано геологічні підходи (див. рис. 5, в) [1, 2, 4, 5]. Зона з косим штрихуванням відповідає саме насувам (підкидам). Оскільки стиснення передається через контакт по лінії виположення, то розвиток розломів і насунання по них відбуватиметься зліва направо. Зазначимо, що лінії на рис. 5 можна згущувати, тому однозначної відповіді про положення насувного розлому немає, однак з геологічного погляду важливо було змодельовати саме насувний тип взаємодії.

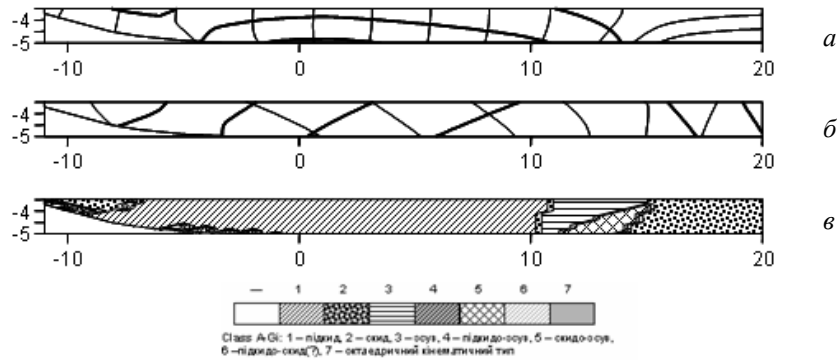


Рис. 5. КАДН: етап аналізу траєкторій та ліній ковзання (стиснення на 4 км):
 а – траєкторії напружень; б – відповідні лінії ковзання;
 в – класифікація кінематичних типів розломів.

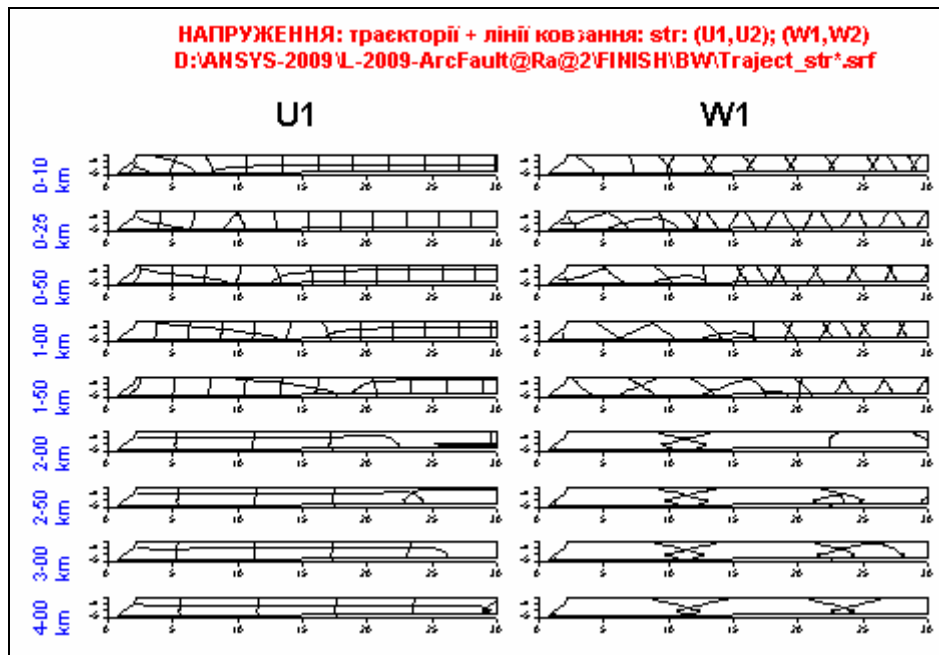


Рис. 6. Слайд презентації із зображеннями траєкторій напружень (лівий стовпець) та ліній ковзання (правий стовпець) для стиснення осадової товщі.

Якщо рис. 5 побудовано зі значною часткою ручного редагування в інтерактивному режимі, то рис. 6 дає уявлення про можливість автоматичного форматування слайдів презентації. Кінематичні умови стиснення задано для клину-насуву, який уважали жорстким тілом (на рисунках показано тільки дугоподібний контакт з клином ліворуч від

товщі, клин рухається праворуч). "Розкадровка" процесу відповідає вибраним етапам стиснення (від 0,1 до 4 км, див. підписи ліворуч). Загальна характеристика процесу полягає в міграції фронту насувоутвоєння від сторони, де прикладено навантаження, а просторовий розподіл на кожному з етапів має подібні риси, як на рис. 5.

Висновок про міграцію фронту насувоутворення та інші особливості розподілу поля напружень у стиснутій товщі підтверджують геологічні дані, зокрема щодо регіону Українських Карпат [7].

1. *Гинтов О.Б.* Полевая тектонофизика и ее применение при изучении деформаций земной коры. – Киев: Феникс, 2005. – 572 с.
2. *Ramsay J.G.* The techniques of modern structural geology. Volume 3. Applications of continuum mechanics in structural geology / J.G. Ramsay, R.G. Lisle. – Elsevier, 2000. – P. 701–1061.
3. *Тимошенко С.П.* Теория упругости: Пер. с англ. / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
4. *Шейдеггер А.* Основы геодинамики: Пер. с англ. / А. Шейдеггер – М.: Недра, 1987. – 384 с.
5. *Nemchok M.* Thrustbelts. Structural architecture, thermal regime and petroleum systems / M. Nemchok, S. Schamel, R. Gayer. – Cambridge University Press, 2005. – 541 p.
6. *Фурман В. В.* Методика комплексного аналізу деформацій та напружень скінченно-елементних моделей насувоутворення / В.В. Фурман, М.М. Хом'як, Л.М. Хом'як // Геодинаміка. – 2008. – № 1(7). – С. 116–127.
7. *Хом'як Л. М.* Насуви в геологічній еволюції Українських Карпат та динамічні умови їх утворення за даними комп'ютерного моделювання: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. геол. наук: спец. 04.00.01 "загальна та регіональна геологія" / Хом'як Леонід Миколайович. – Львів, 2010. – 21 с.
8. *Марчук М. В.* Ермітові сплайни як базисні функції методу скінченних елементів для побудови траєкторій напружень / М. В. Марчук, М. М. Хом'як // Матем. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – Т. 52, № 1. – С. 138–149.
9. ANSYS Mechanical APDL Programmer's Manual. – Режим доступу : www1.ansys.com/customer/content/documentation/130/ans_prog.pdf.
10. *Васильев А.* VBA в Office 2000: учебный курс / А. Васильев, А. Андреев. – СПб: Питер, 2001. – 432 с.
11. *Харів А.* Оптимальний вибір мови програмування для розробки програм моделювання динамічних систем / А. Харів, І. Хвищун, М. Баран // Зб. наук. праць "Електроніка та інформаційні технології". – 2009. – Вип. 60. – С. 39–44.
12. *Serón F.J.* Spatial prediction procedures for regionalization and 3-D imaging of Earth structures // F.J. Serón, J.I. Badal, F.J. Sabadell // Physics of the Earth and Planetary Interiors, 2001. – Vol. 123. – P. 145–168.

**COMPUTER MODELLING OF STRESS TRAJECTORIES FOR INVESTIGATION
OF TECTONIC PROCESSES IN THE EARTH'S LITHOSPHERE****V. Fourman, N. Khomyak, L. Khomyak***Ivan Franko National University of L'viv
Hrushevskogo Str., 4, UA-79005 Lviv, Ukraine
fourman@franko.lviv.ua*

The finite-element approach using Hermitian splines to construct stress trajectories on a rectangular grid is proposed. This algorithm generalize easy for arbitrary domains "cutting" the grid around the specified path. The conceptual algorithm for modelling of stress trajectories and slip lines within the framework of program integration (for spreadsheets, contouring, presentation) in VBA is implemented. Each of the stages can be used interactive or in batch mode. The features of the program interaction, data workflow and ways to improve performance are discussed. The robustness of the software prototype in series of problems of trusts formation is tested. Some of the results are important for the interpretation of geological processes in the Ukrainian Carpathians.

Key words: stress trajectories, finite-element approach, Hermitian splines.

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ НАПРЯЖЕНИЙ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ЛИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ****В. Фурман, Н. Хомяк, Л. Хомяк***Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
ул. Грушевского, 4, 79005, Львов, Украина.
fourman@franko.lviv.ua*

Для построения траекторий напряжений на прямоугольной сетке предложен конечно-элементный подход с использованием эрмитовых сплайнов. Алгоритм легко обобщить для произвольных областей, "обрезая" сетку по заданному контуру. Концептуальный алгоритм для моделирования траекторий напряжений и линий скольжения реализован на языке VBA в рамках программной интеграции (электронных таблиц, построения изолиний, презентации). Каждый из его этапов можно использовать как интерактивно, так и в пакетном режиме. Обсуждено особенности программного взаимодействия и потока данных, а также указано пути улучшения быстродействия. Робастность программного прототипа апробировано на ряде задач моделирования процессов надвигообразования. Некоторые из результатов имеют важное значение для интерпретации геологических процессов в Украинских Карпатах.

Ключевые слова: траектории напряжений, метод конечных элементов, эрмитовы сплайны.

Стаття надійшла до редколегії 04.05.2011

Прийнята до друку 31.05.2011